

innen $x = \frac{l}{2(c-v)}$, a mi példánkban $x = 1,25$ s. A Rellab elejéről hátrafelé is küldenek fényjelet. Ezek között lesz olyan, amely előbb és lesz olyan, amely később érkezik meg, mint az origóból küldött jel. Akkor van a Rellabon 0, amikor az onnan visszafelé indított fényjel egyszerre érkezik meg a fotocellába az origóból küldött jellel. Megszerkesztése könnyű: C -ből 45° -os egyenest kell visszafelé rajzolni, amíg metszi a Rellab elejének úttörvénygrafikonját az Ω pontban. Ide

kell tenni a Rellab elejének időskálanulláját és ehhez viszonyítva kell felrajzolni az előbbivel egyező sűrűségben az egész időskálát.

Érdekes, hogy amikor az álló rendszerben mindenütt, az egész úttengely mentén minden távolságban egyidejűleg 0 s van, a vele földésben levő, mozgó Rellab mentén nincs egyidejűség, a hossza mentén a távolsággal arányban mindinkább régebbi pillanatok vannak. A megállapítás kölcsönös, mert amikor a Rellabon az elején és végén egyidejűleg 0 s van, akkor az álló rendszerben 0 s és ξ s van. Mindez az egymáshoz képest egyenletes mozgást végző koordináta-rendszerek teljes egyenjogúságából és a fénysebesség állandóságából mint tapasztalatokból következik.

Mennyit mutat a Rellab időskálája a Rellab elején, amikor az álló rendszerben 0 s van? Számítsuk ki először ξ nagyságát. Ω pont ordinátáját írjuk fel kétféleképp:

$$l + v\xi = cx + c(x - \xi).$$

Innen

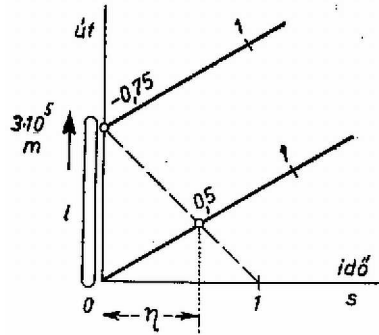
$$\xi = \frac{vl}{c^2 - v^2}.$$

A mi esetünkben $\xi = 15/16$ s. A Rellab skáláján ez az idő $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ arányában nyújtva van, tehát a keresett időadat a Rellab elején:

$$-\xi\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = -\frac{vl}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Ez a mi példánkban $-0,75$ s.

Most kerül sor a hossz mérés problémájára. A Rellab utasai megméri járművük hosszúságát a fénysebesség felhasználásával, amely mindenkor c . Fényjelet küldenek a Rellab elejétől a hátsó végéig (2. ábra).



2. ábra

Az álló rendszer megfigyelői erre azt mondják, hogy a fénysugár visszafelé ment a mozgáshoz képest, de ha a Rellab utasai állónak tekintik magukat, akkor az előre vagy hátra kifejezésnek nincs értelme. A Rellabon $-vl/[c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}]$ időpontban indult a jel és a Rellab hátsó részéhez akkor érkezett a jel, amikor az álló rendszer órája η -t mutatott. η -t kiszámítjuk a metszéspont ordinátájának kétféle felírásával:

$$\eta v = c \cdot \left(\frac{l}{c} - \eta \right), \quad \text{innen} \quad \eta = \frac{l}{c + v}.$$

A mi esetünkben $\eta = 5/8$ s. A Rellabon mért időt a gyökös kifejezés arányában nyújtani kell: $l\sqrt{1 - v^2/c^2}/(c + v) = 0,5$ s.

Tehát a Rellabon kísérletező fizikusok azt észlelik, hogy a laboratóriumuk hosszában végigküldött fényjel menet-ideje:

$$T = \frac{l\sqrt{1 - v^2/c^2}}{c + v} + \frac{vl}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{l}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Mivel út = sebesség · idő, a Rellab utasai kiszámítják a laboratórium hosszát:

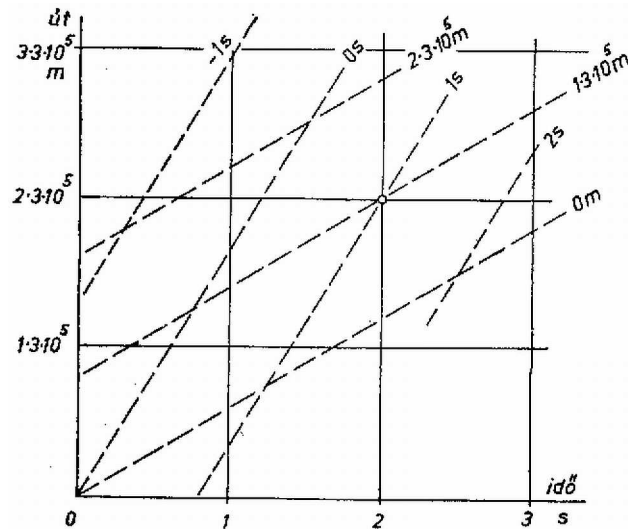
$$L = c \cdot T = \frac{l}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Ez azonban hosszabb, mint l , mégpedig 1,25-szor. Tehát azt a távolságot, amelyet a mozgó rendszeren L -nek mérnek, az álló rendszerből rövidebbnek,

$$l = L\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

hosszúságúnak észlelik. A rövidülés aránya ugyanaz, mint ami az időnyúlásé volt.

Befejezésül jó lesz a 3. ábrán a hely- és idő adatok összefüggését áttekinteni numerikus példánk esetében.



3. ábra

A folytonos vonalak az állónak tekintett rendszer idő- és térkoordinátáit mutatják. A szaggatott vonalak a $v = 0,6c$ sebességgel mozgó rendszerhez tartozó tér- és időkoordináta-hálózatot mutatják. Ha egy eseményhez az álló rendszerben $t = 2s$ és $s = 2 \cdot 3 \cdot 10^5$ m tartozik, akkor a Rellabon $T = 1$ s-ot és $S = 1 \cdot 3 \cdot 10^5$ m-t mérnek. Ha az álló rendszer egy függőleges vonala mentén nézünk végig, akkor láthatjuk, hogy ezt a mozgó rendszer térkoordináta-vonalai sűrűbben metszik, mint az álló rendszer vízszintes koordinátavonalai. Ha a mozgó rendszer egy bizonyos térbeli pontján letelepszünk, akkor megfigyelhetjük, hogy az időkoordináták ritkábban jönnek egymás után, mint az álló rendszerben. A viszony kölcsönös. Ha a sebesség a fénysebességhez képest elenyésző, akkor a két koordináta-rendszer egyező négyzetes hálózat, mozgás közben az egyik az úttengely mentén eltolódik a másikhoz képest. Ilyenkor az időadatok egyeznek, $T = t$, a távolságkoordináták átszámítása: $S = s - vt$. A fénysebesség viszont nem érhető el és nem léphető túl.

Eddigi számításainkban a mozgás egyenesben ment végbe. Síkbeli, térbeli mozgások grafikus ábrázolása nehezebb, mert több koordináta kell. A számítások azt adják eredményül, hogy csak a mozgás irányába eső hosszmeretek változnak, a mozgás irányára merőleges méretek ugyanazok mindkét koordináta-rendszerben.