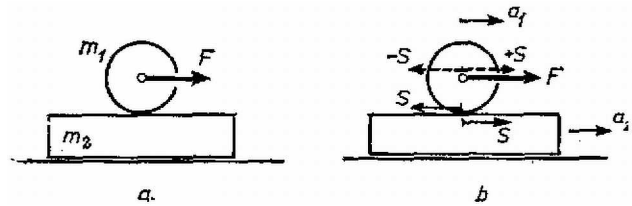
Az I. forduló feladatai

1. *Az* $m_1 = 30$ kg *tömegű,* $r = 8$ cm *sugarú henger* $m_2 = 60$ kg *tömegű deszkán fekszik (*1. *ábra* a *rajza). A deszka és a talaj között a surlódás elhanyagolható, a henger és a deszka között a súrlódási együttható* $\mu = 0{,}1$*. A hengert* 2 *másodpercig húzzuk vízszintes irányú,* $F = 4{,}5$ kp *állandó erővel. Mennyi munkát végeztünk? (A csúszási és tapadási súrlódás együtthatóját vegyük egyenlőnek.)*



1. ábra

Megoldás. A talajhoz képest a henger középpontjának lineáris gyorsulása a_1, a deszkáé a_2 (1. ábra b rajza). Az S súrlódási erő a hengert hátra, a deszkát előre húzza. Newton II. törvénye szerint a deszkára nézve: $S = a_2 m_2$. A henger középpontjában hozzáveszünk $\pm S$ erőket. Közülük $-S$ a húzóerő ellen dolgozik, a henger középpontját $F - S$ erő gyorsítja, és a henger középpontjára nézve Newton II. törvénye: $F - S = a_1 m_1$. A $\pm S$-ből és S-ből álló erőpár Sr forgatónyomatéka a Θ tehetetlenségi nyomatékú hengert $\beta = (a_1 - a_2)/r$ szöggyorsulással forgatja, a forgó mozgás alaptörvénye szerint:

$$\frac{a_1 - a_2}{r} = \frac{Sr}{\Theta}.$$

Három egyenletből álló egyenletrendszerünket megoldjuk a_1, a_2 és S-re. A megoldás:

$$a_1 = \frac{F}{m_1} \cdot \frac{m_1 + m_2 m_1 r^2/\Theta}{m_1 + m_2(1 + m_1 r^2/\Theta)},$$

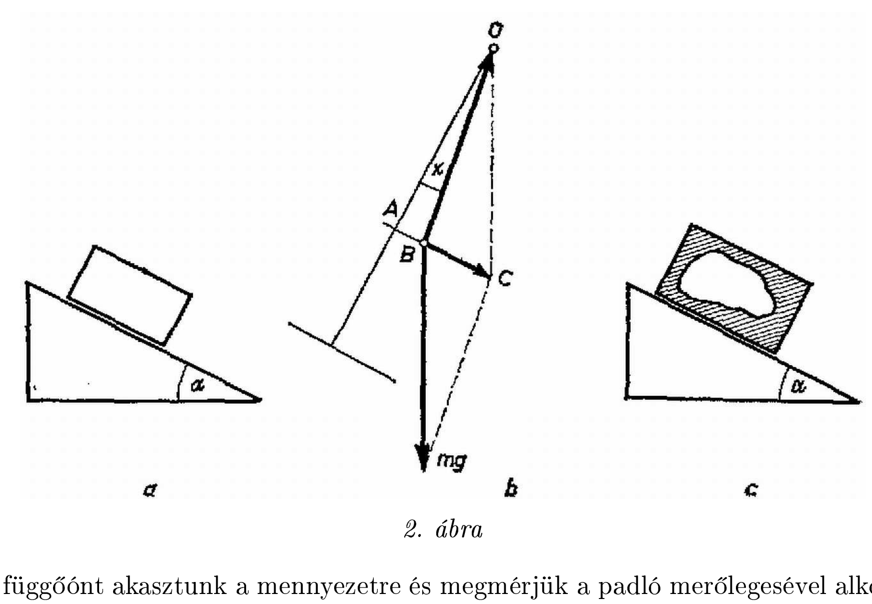
$$a_2 = \frac{F}{m_1 + m_2(1 + m_1 r^2/\Theta)},$$

$$S = F \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2(1 + m_1 r^2/\Theta)},$$

A mi esetünkben $m_1 r^2/\Theta = 2$, $F = 4{,}5$ kp $= 44{,}1$ newton, $a_1 = 1{,}05$ m/s^2, $a_2 = 0{,}21$ m/s^2, $S = 12{,}6$ newton. Az út 2 másodperc alatt $s = a_1 t^2/2 = 2{,}1$ méter, a munkavégzés $W = Fs = 92{,}61$ joule $= 0{,}45$ mkp. A lehetséges maximális súrlódási erő $\mu m_1 g = 29{,}4$ newton, ez nagyobb, mint S, tehát tiszta gördülés van.

2. *Elég hosszú lejtőn nagy, zárt doboz csúszik le. Hogyan – milyen kísérletekkel, illetve mérésekkel – állapíthatja meg a doboz belsejében levő észlelő a lejtő* α *hajlásszögét és a csúszási súrlódási együtthatót? (*2. *ábra* a *rajza.)*

(Párkányi László)



2. ábra

Megoldás. Egy függőónt akasztunk a mennyezetre és megmérjük a padló merőlegesével alkotott x szöget (2. ábra b rajza). A függőón tömegére ható mg súlyerő és F fonálerő eredőjének kell létrehoznia az $mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ gyorsító erőt (BC).

$$\operatorname{tg} x = AB/AO = (AC - BC)/AO = \frac{mg\sin\alpha - mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{mg\cos\alpha} = \mu.$$

Tehát x a súrlódási határszög, és ezzel ismerjük a súrlódási együtthatót: $\mu = \operatorname{tg} x$. Az α meghatározására több módszer van, például az inga lengésidejéből vagy F fonálerőt lemérve:

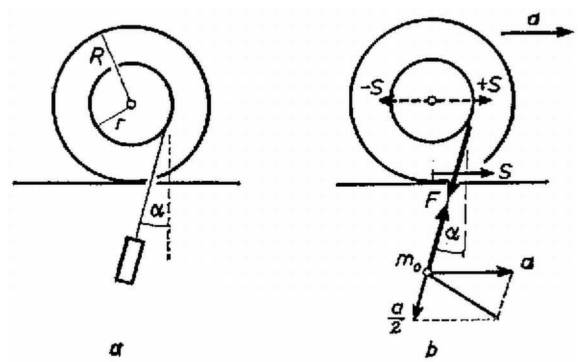
$$F^2 = (mg\cos\alpha)^2 + (\mu mg\cos\alpha)^2.$$

Innen $\cos\alpha = F\cos x/mg$.

Mindez azonban csak akkor végezhető el, ha ismerjük g számértékét, és biztosra vesszük, hogy a doboz padlója párhuzamos a lejtő hosszával. Ha ez nincs így (2. ábra c rajza), akkor a keresett mennyiségeket nem tudjuk meghatározni.

3. *Az $R = 1$ m sugarú, $m = 20$ kg tömegű korong vízszintes pályán, egyenesben gurulhat (3. ábra a rajza). A ráerősített $r = 0{,}5$ m sugarú dobról lecsavarodó fonálon $m_0 = 40$ kg tömegű test lóg. Mekkora gyorsulással halad a korong középpontja, amikor a fonál már véglegesen felvett egy állandó α-szögű helyzetet?*

(Wiedemann László)



3. ábra

Megoldás. A fonálban F erő működik, ezzel az erővel forgatja az m_0 tömeg a hengert, és F erő húzza ferdén felfelé az m_0 tömeget (3. ábra b rajza). A henger középpontja a gyorsulással mozog jobbfelé. m_0 tömeg gyorsulásának vízszintes összetevője is a, ezenkívül a fonál irányában $a/2$ gyorsulással ereszkedik lefelé (m_0 eredő gyorsulása a-ból és $a/2$-ből tevődik össze). A henger alján S súrlódási erő működik és középpontjában felveszünk $\pm S$ erőket. A henger középpontját $F\sin\alpha$ erő visszahúzza.

A henger középpontjának haladó mozgására felírt Newton II. törvény:

$$S - F\sin\alpha = ma.$$

A hengert $Fr - SR$ forgatónyomaték $\beta = a/R$ szöggyorsulással forgatja, a forgás alaptörvénye szerint:

$$\frac{a}{R} = \frac{Fr - SR}{\Theta}.$$

A lelógó m_0 tömeg haladó mozgására felírt Newton II. törvény a vízszintes összetevőt tekintve:

$$F\sin\alpha = m_0 a - m_0\cdot\frac{a}{2}\cdot\sin\alpha,$$

a függőleges összetevőt tekintve:

$$m_0 g - F\cos\alpha = m_0\cdot\frac{a}{2}\cdot\cos\alpha.$$

Ezt a négy egyenletből álló egyenletrendszert kell megoldanunk a, α, F és S-re. Mivel a számítás elég bonyodalmas, érdemes az adatokban rejlő egyszerűsítési lehetőségeket felhasználni. A mi esetünkben $m_0 = 2m$, $R = 2r$, $\Theta = 0{,}5mR^2$. Ezeket felhasználva az egyenletrendszer:

$$\begin{aligned} S - F\sin\alpha &= ma, \\ F - 2S &= ma, \\ F\sin\alpha &= 2ma - ma\sin\alpha, \\ 2mg - F\cos\alpha &= ma\cos\alpha. \end{aligned}$$

Ebből α-ra ezt az egyenletet kapjuk:

$$\sin^2\alpha - 4\sin\alpha + 1 = 0.$$

Innen $\sin\alpha = 2 - \sqrt{3} = 0{,}268$, $\alpha = 15{,}55°$.

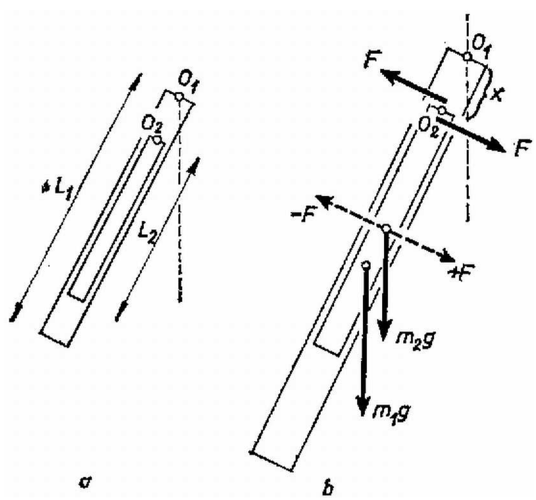
Azután következik a többi ismeretlen:

$$\begin{aligned} a &= g \operatorname{tg} \alpha = 0{,}2783g = 2{,}727 \text{ m/s}^2, \\ F &= mg(2\sec\alpha - \operatorname{tg}\alpha) = \\ &= 352 \text{ newton} = 35{,}97 \text{ kp}, \\ S &= mg \operatorname{tg}\alpha(3-\sin\alpha) = \\ &= 149 \text{ newton} = 15{,}19 \text{ kp}. \end{aligned}$$

A II. forduló feladatai:

1. *A 4. ábra a rajzán látható elrendezésben kettős ingát készítünk. Az O_1 pont körül lengő, $L_1 = 60$ cm hosszú, $m_1 = 0{,}2$ kg tömegű lécre O_2-ben van csapágyazva az $L_2 = 40$ cm hosszú, $m_2 = 0{,}1$ kg tömegű léc. Mekkora az O_1O_2 távolság, ha a két inga úgy leng együtt, hogy a lécek hossztengelyei fedésben maradnak?*

(Bodó Zalán)



4. ábra

Megoldás. Egy fizikai inga mozgását a súlypont (körív menti), érintőleges haladó mozgásának és a súlypont körüli forgás eredőjének lehet tekinteni. Mindegyikkel külön foglalkozunk. O_2 pontban az ingák kölcsönösen erőt fejtenek ki egymásra, most csak az erők lécre merőleges összetevőjével foglalkozunk. A kis inga a nagy ingát F erővel emeli, a nagy inga a kicsi csapágyát F erővel lehúzza. A kis inga súlypontjában felvesszük $\pm F$ erőket. Az ingák együttlengése azt jelenti, hogy szöggyorsulásuk minden helyzetben egyenlő.

A kis inga, súlypontjának haladó gyorsulását mint a szöggyorsulás és rádiusz szorzatát felírva, használjuk fel Newton II. törvényét (4. ábra b rajza):

$$m_2 g \sin\alpha + F = \beta\left(\frac{L_2}{2} + x\right) m_2.$$

A kis ingára felírjuk a forgómozgás alaptörvényét (a tehetetlenségi nyomatékot a súlypontra nézve kell felírni):

$$\beta \cdot \frac{L_2^2}{12} \cdot m_2 = -F \cdot \frac{L_2}{2}.$$

A nagy ingánál a forgómozgás alaptörvényét O_1-re vonatkoztatva írjuk fel:

$$\beta \cdot \frac{L_1^2 m_1}{3} = \frac{L_1}{2} \cdot m_1 g \sin\alpha - Fx.$$

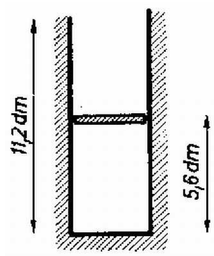
Három egyenletünk van négy ismeretlenre (F, x, β és $\sin\alpha$). Mivel β és $\sin\alpha$ egyenesen arányosak, az egyenletrendszert meg tudjuk oldani x-re:

$$x = \frac{2L_1 m_1 (L_1 - L_2)}{3L_1 m_1 + L_2 m_2} = 2L_1 \cdot \frac{L_1/L_2 - 1}{3L_1/L_2 + m_2/m_1}.$$

Számadatainkkal $L_1/L_2 = 3/2$, $m_2/m_1 = 1/2$, $x = L_1/5 = 12$ cm.

2. *Az* $1\ \mathrm{dm}^2$ *alapterületű,* 11,2 dm *magasságú hengerben* 8 kg *tömegű, dugattyút tartunk* 5,6 dm *magasságban (*5. *ábra). A henger fala hőszigetelő. A hengerben* 1 mól 273 °C *hőmérsékletű hélium van. A dugattyút elengedjük. Milyen* *magasra repül fel? A hélium fajhője állandó térfogaton* $C_v = 3$ cal/mólfok, *állandó nyomáson* $C_p = 5$ cal/mólfok. *Kívül* 1 *atmoszféra nyomású levegő van. A súrlódástól eltekintünk.*

(Vermes Miklós)



5. ábra

Megoldás. A gáz adiabatikusan terjed ki, az erre érvényes összefüggés: $TV^{\kappa-1} =$ konstans. Az adatokból látszik, hogy $\kappa = 5/3$. Amíg a dugattyú a hengerben van, a változás adiabatikus, törvényünk szerint:

$$546 \cdot 5{,}6^{2/3} = T(2 \cdot 5{,}6)^{2/3}.$$

Innen a gáz hőmérséklete abban a pillanatban, amikor a dugattyú a henger tetejére érkezett: $T = 344$ K. A gáz energiájának csökkenése:

$$C_v(546 - 344) = C_v \cdot 202 = 606\,\text{cal} \approx 2536\,\text{joule}.$$

Ebből lesz a munkavégzés a külső levegő nyomása ellen, amíg a dugattyú a henger tetejére ér:

$$10{,}12\,\frac{\text{newton}}{\text{cm}^2} \cdot 100\,\text{cm}^2 \cdot 0{,}56\,\text{m} = 567\,\text{joule},$$

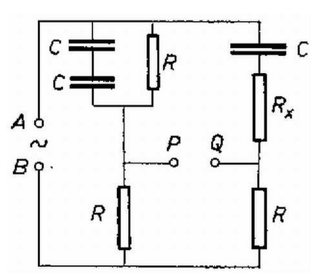
továbbá a 8 kg emelési munkája kezdeti helyzete fölé x méter magasságra: $8 \cdot 9{,}8 \cdot x$. Az energiatörvény szerint:

$$2536 = 567 + 8 \cdot 9{,}8 \cdot x,$$

innen $x = 25{,}1$ méter a henger közepétől számítva.

3. *A 6. ábra szerinti kapcsolási rajzunkban* $C = 2\mu F$*-os kondenzátort,* $R = 1$ kiloohmos *ellenállást jelent,* R_x *ismeretlen ellenállás. Az AB pontokra váltófeszültséget kapcsolunk. Mi a feltétele annak, hogy a PQ pontokra kapcsolt érzékeny fejhallgató ne jelezzen feszültséget?*

(Bodó Zalán)



6. ábra

Megoldás. A két ágban a felső részek ellenállásainak és fáziskülönbségeinek meg kell egyeznie. Baloldalt a fázissietés $\operatorname{tg}\varphi = R\omega C/2$, a jobboldalt $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{1/\omega C}{R_x}$, ezeket egyenlővé téve: $\dfrac{R\omega C}{2} = \dfrac{1}{\omega C R_x}$. Innen $\omega = \dfrac{1}{C} \cdot \sqrt{\dfrac{2}{RR_x}}$. Az ellenállásokat egyenlővé téve:

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{\omega C}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{R^2}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 + R_x^2}.$$

Tulajdonképpen egyenletrendszert kaptunk ω-ra és R_x-re. A második egyenletet rendezve és ω-ra felhasználva előbbi eredményünket, nyerjük:

$$4R_x^2 + 4RR_x - 3R^2 = 0,$$

innen $R_x = R/2 = 0{,}5$ kiloohm, továbbá $\omega = 2/CR = 1000\,\mathrm{s}^{-1}$, illetőleg $n = 159\,\mathrm{s}^{-1}$.

III. (kísérleti) forduló.

A II. forduló dolgozatai alapján 15 versenyző kísérletező versenyen vett részt Budapesten az ELTE természettudományi karának Kísérleti Fizikai Intézetében. Fizikai fénytani feladattal foglalkoztak: rés, optikai rács és kettős prizma interferenciajelenségeit kellett tanulmányozniuk.

Az 1973. évi fizikai tanulmányi verseny eredménye:

I. díj: *Tegze Miklós* (Budapest, Kölcsey F. Gimn. IV. o. t., tanára: Tóth László).
II. díj: *Vladár Károly* (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn. III. o. t., tanára: Péter Irén).
III. díj: *Pálfalvi György* (Győr, Révai M. Gimn. III. o. t., tanára: Székely László).

A további helyezettek: 4. *Kovács Balázs* (Budapest, Apáczai Csere Gimn. IV. o. t., Holics László), 5. *Bóc István* (Budapest, Apáczai Csere Gimn. IV. o. t., Holics László), 6. *Bari Ferenc* (Csongrád, Batsányi Gimn. IV. o. t., Szucsán András), 7. *Prőhle Péter* (Budapest, Fazekas Gimn. III. o. t., Szűcs Barna), 8. *Hanyecz Pál* (Szentes, Erősáramú Szakközépiskola IV. o. t., Győri Antal), 9. *Koltai Ferenc* (Budapest, I. István Gimn. IV. o. t., Moór Agnes), 10. *Mester János* (Csongrád, Batsányi gimn. IV. o. t., Szucsán András).