

A verseny változatlanul, a múlt évi szervezeti rend szerint¹ folyt le. A február 17-én tartott I. fordulóban 367 iskola 4866 tanulója adott be dolgozatot. 239 versenyző kapott behívót az április 15-én tartott II. fordulóra, közülük 57 volt valamelyik szakosított matematikai osztály tanulója.

A versenyek tételei a következők voltak.

I. forduló. 1. Bizonyítsuk be, hogy a következő egyenlet gyöke egész szám:

$$\frac{x-29}{1970} + \frac{x-27}{1972} + \frac{x-25}{1974} + \frac{x-23}{1976} + \frac{x-21}{1978} + \frac{x-19}{1980} = \\ = \frac{x-1970}{29} + \frac{x-1972}{27} + \frac{x-1974}{25} + \frac{x-1976}{23} + \frac{x-1978}{21} + \frac{x-1980}{19}.$$

2. Mekkora $a^6 + b^6$ legkisebb és legnagyobb értéke, ha a és b olyan valós számok, amelyekre $a^2 + b^2 = 1$?

3. Az $y = x^2 + cx^{-2}$ függvények görbéi egy görbe sereget alkotnak, ha c befutja az összes pozitív számot. Messük el egy, az y tengellyel párhuzamos egyenessel a sereg minden görbét és valamennyi metszéspontban húzzuk meg az illető görbe érintőjét. Bizonyítsuk be; hogy az érintők egy ponton mennek át.

4. Az $ABCD$ négyszög AB , BC , CD , DA oldalának a kezdő ponthoz közelebbi harmadoló pontja legyen rendre P , Q , R , S . Bizonyítsuk be, hogy az AC és BD átlók felezőpontját összekötő szakasz háromszor akkora, mint a PR és QS átlók felezőpontját összekötő szakasz.

5. Legyen $\cos x + \cos y = a$ és $\sin x + \sin y = b$, ahol $a^2 + b^2 > 0$. Fejezzük ki $\sin(x+y)$ -t a -val és b -vel.

6. Egy P pontból két körhöz egy-egy érintőt húztunk. Bizonyítsuk be, hogy ha az érintési pontokat összekötő egyenesből a két kör egyenlő hosszú húrokat metsz ki, akkor a P pontból a körök egyenlő szögekben látszanak.

7. Az ax^2 és az $ax^2 - ax$ polinomoknak – ahol a egész szám – megvan az a tulajdonságuk, hogy minden egész x -re az x^2 helyen felvett értékük egész többszöröse az x helyen felvett értéküknek. Keressünk további, ilyen tulajdonságú, egész együtthatós, másodfokú polinomokat.

8. Három pozitív szám szorzata nagyobb 1-nél, az összegük kisebb a reciprokaik összegénél. Bizonyítsuk be, hogy
a) egyik szám sem lehet 1;
b) a számok közül kettő nagyobb, egy pedig kisebb 1-nél.

II. forduló, az általános tantervű és a matematika-fizikai osztályok tanulói számára. 1. Bizonyítsuk be, hogy ha a és b pozitív, 1-nél kisebb szám, akkor az

$$x^3 - (1 + a + b)x - 2ab = 0$$

egyenletnek pozitív gyöke csak 1 és 2 között lehet.

2. Jelöljön n egy 2-nél nagyobb egész számot. Egy szabályos n -szög kerületét $n+1$ ponttal egyenlő részekre osztjuk. Hogyan kell az osztópontokat megválasztani, hogy az általuk meghatározott konvex $n+1$ -szög területe a lehető legnagyobb legyen és hogyan ahhoz, hogy ez a terület a legkisebb legyen?

3. Egy gúla alaplapja az $ABCDE$ szabályos ötszög, az ezzel szemközti csúcsa M , az oldallapjai szabályos háromszögek. Határozzuk meg az AM oldalélnek a BCM oldallap síkjával bezárt szögét!

II. forduló, a speciális matematikai tantervű osztályok tanulói számára. 1. Legyen n természetes szám, k pedig 2-nél nagyobb egész szám. A síkban n darab konvex k -szöget rajzolva, maximálisan hány részre oszthatjuk velük a síkot?

2. Egy egysejtű lény 1 óra hosszat él, utána vagy elpusztul, vagy osztódással két ugyanilyen egysejtű jön létre belőle. Az elpusztulás valószínűsége p ($0 < p < 1$), ugyanaz minden ilyen egysejtűnél. Mi annak a valószínűsége, hogy egy éppen létrejött egysejtűt véve 3 óra eltelté után egyetlen utóda sem lesz?

3. Legyen n olyan természetes szám, amelyik nem köbe racionális számnak. Bizonyítsuk be, hogy

a) egyetlen olyan $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ alakú, racionális együtthatós egyenlet van amelyiknek $x_0 = \sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{n^2}$ gyöke;
b) ennek az egyenletnek nincs más valós gyöke.

A versenyek eredménye²

A Művelődésügyi Minisztérium a versenybizottság javaslatára a következő döntést hozta:

¹ Lásd K.M.L. 39 (1969) 1. o.

² A tanuló adatai után szaktanára nevét is közöljük, amennyiben azt az iskola felkérésünkre közölte.

A) Az általános tantervű osztályok versenyében

I. díjat nyert: *Szendrei Ágnes* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o. t., Tanára: Hajnal Imre).

II. díjat nyertek ketten: *Frankl Péter* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., III. o. t., T.: Kiss Zoltán) és *Lempert László* (Budapest, Radnóti M. Gyak. Gimn., IV. o. t., T.: Cserepkei Ferenc).

III. díjat nyert: *Láz József* (Budapest, Eötvös J. Gimn., IV. o. t., T.: Imrecze Zoltán).

További helyezettek, dicséretben és könyvjutalomban részesültek:

5. *Garay Barnabás* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III. o. t., T.: Szakál Péter), 6. *Cserháti András* (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., IV. o. t., T.: Láng Hugó), 7. *Sailer Kornél* (Ózd, József A. Gimn., IV. o. t., T.: Kónya István), 8. *Feind Ferenc* (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., IV. o. t., T.: Láng Hugó), 9. *Kérchy László* (Baja, III. Béla Gimn., III. o. t., T.: Hegedűs József), 10. *Prácsér Ernő* (Nyergesújfalu, Irinyi J. Gimn., III., T.: Mézes Józsefné), 11. *Szendrei Mária* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III., T.: Hajnal Imre), 12. *Hornung János* (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV., T.: Hortobágyi István, Nagy Jánosné), 13. *B. Nagy Péter* (Budapest, Landler J. Gépip. Techn. IV., T.: Tóth Béláné), 14. *Varsányi István* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III., T.: Dallos Gyula).

Dicséretben részesült a következő 38 versenyző (betűrendben felsorolva): *Baintner László* (Bp., Teleki Blanka Gimn., IV., T.: Czapáry Endréné), *Báthor Miklós* (Szolnok, Szamuely T. Gépip. Techn., IV., T.: Nagy Imre), *Beke-Martos Gábor* (Bp., I. István Gimn., III., T.: Rácz János), *Borbély József* (Pannonhalma, Bencés Gimn., III., T.: Lővey Félix), *Bozzay Miklós* (Székesfehérvár, József Á. Gimn., IV., T.: Szénás Mihály), *Chikán Bálint* (Eger, Gárdonyi Gimn. Gimn., IV., T.: Szombathy Miklós), *Czédli Gábor* (Baja, III. Béla Gimn., III., T.: Hegedűs József), *Csépes Zoltán* (Bp., Ságvári E. Gyak. Gimn., III., T.: Ries Ferenc), *Dombi Gábor* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., IV., T.: Csúri József), *Fazekas Gábor* (Edelény, Gimn., IV., T.: Sáfí Kálmán), *Göndöcs Ferenc* (Győr, Révai M. Gimn., III., T.: Zsebők Ottó), *Gyimesi Ferenc* (Győr, Révai M. Gimn., IV., T.: Tamás Imre), *Győry György* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., IV., T.: Vikár István), *Hangos Katalin* (Bp., Móricz Zs. Gimn., IV., T.: Némethy Katalin), *Hübler András* (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., IV., T.: Láng Hugó), *Kabos Sándor* (Bp., Radnóti M. Gyak. Gimn., IV., T.: Cserepkei Ferenc), *Katona Endre* (Szeged, Radnóti M. Gimn., III., T.: Simon Sándor), *Kádár Róbert* (Bp., Eötvös J. Gimn., IV., T.: Imrecze Zoltán), *Kertész István* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., IV., T.: Kiss Zoltán), *Kis-Tóth Gyula* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., IV., T.: Kiss Zoltán), *Krisch István* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., IV., T.: Bokor Géza), *Kuttner János* (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV., T.: László Erzsébet), *Lenkehegyi Attila* (Kalocsa, I. István Gimn., IV., T.: Bartek József), *Nagy László* (Eger, Dobó I. Gimn., IV., T.: Bérczes László), *Németh Károly* (Bp., Radnóti M. Gyak. Gimn., IV., T.: Cserepkei Ferenc), *Palotás István* (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., III., T.: Gál Szilveszter), *Pál Jenő* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., IV., T.: Kiss Zoltán), *Petravich Gábor* (Bp., Eötvös J. Gimn., IV., T.: Imrecze Zoltán), *Petz Dénes* (Bp., Veres Pálné Gimn., III., T.: Dr. Buday Árpádné), *Szabó György* (Nyíregyháza, Krúdy Gy. utcai Gimn., IV., T.: Lakatos Zoltán, Filep László), *Szabó Sándor* (Kecskemét, Katona J. Gimn., IV., T.: Vas Gyula), *Szamosújvari Sándor* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., IV., T.: Vikár István), *Szente János* (Pécs, Széchenyi I. Gimn., IV., T.: Tóth Júlia), *Szepesi László* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III., T.: Szakál Péter), *Tallós Péter* (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., IV., T.: Kiss Zoltán), *Walthier Tamás* (Bp., Piarista Gimn., IV., T.: Pogány János), *Zachar Zoltán* (Vác, Sztáron S. Gimn., IV., T.: Molnár Sándorné), *Zoltán László* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III., T.: Szakál Péter).

B) A szakosított tantervű matematikai osztályok versenyében

I. díjat nyertek ketten: *Borzsák Péter* (Budapest, I. István Gimn., IV. o. t., T.: Jelitai Árpád) és

Ruzsa Imre (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t., T.: Kőváry Károly).

II. díjat nyertek ketten: *Bajmóczy Ervin* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t., T.: Kőváry) és *Gönczi István* (Miskolc, Földes F. Gimn., IV., T.: Dr. Csernyák Lászlóné).

III. díjat nyert: *Kóczy László* (Bp., Fazekas, IV., T.: Thiry Imrén, Kardos Gyula).

További helyezettek, dicséretben és könyvjutalomban részesültek:

6. *Somorjai Gábor* (Bp., I. István, IV.), 7. *Komjáth Péter* (Bp., Fazekas, III.), 8. *Lukács Péter* (Bp., Fazekas, III.), 9. *Nagy András* (Bp., Fazekas, III.), 10. *Prőhle Tamás* (Bp., Fazekas, IV.), 11. *Sztrapkovich László* (Bp., Fazekas, IV.); 12. *Úry László* (Bp., Berzsenyi D. Gimn., III., T.: Bánhegyi László, Ratkó István, Matavovszky Tibor), 13. *Martoni Viktor* (Veszprém, Lovassy L. Gimn., III., T.: Knoll János), 14. *Alexits György* (Bp., Fazekas, IV.).

Dicséretben részesült a következő 3 versenyző: *Bertók Péter* (Bp., Fazekas, IV.), *Hermann Tamás* (Bp., Fazekas, IV.), *Máté András* (Bp., I. István, III.).

Kimutatás a versenyek II. fordulójába bejutott versenyzők számáról államigazgatási egységek szerint. Megyék: Bács-Kiskun: 9; Baranya: 3; Békés: 4; Borsod-Abaúj-Zemplén: 4; Csongrád: 2; Fejér: 12; Győr-Sopron: 16; Hajdú-Bihar: 1; Heves: 2; Komárom: 11; Nógrád: 1; Pest: 3; Somogy: 9; Szabolcs-Szatmár: 3; Szolnok: 6; Tolna: 4; Vas: 3; Veszprém: 7 (ebben spec. 2); Zala: 2. – Városok: Budapest: 112 (spec. 51); Debrecen: 10 (spec. 2); Miskolc: 3 (spec. 2); Pécs: 5; Szeged: 7. – Összesen 239 (spec. 57).