Az elektronoptika alapjai és néhány alkalmazása

Jelen cikkünkkel az a célunk, hogy a középiskolai elektromos és matematikai ismeretekkel rendelkezőknek az elektronoptikába vázlatos betekintést nyújtsunk, és néhány fontos műszaki alkalmazáson keresztül megvilágítsuk a terület jelentőségét. Ebből a célból először ismertetjük az elektronoptika alapjául szolgáló *elektron–ballisztikát*, majd rátérünk a legfontosabb elektronoptikai *készülékekre:* a katódsugárcsőre, elektronmikroszkópra, ciklotronra, magnetronra.

A következőkben az elektronok, protonok – közös kifejezéssel a *töltött részecskék* – mozgását csak vákuumban vizsgáljuk, és így a súrlódást teljesen elhanyagoljuk. Ezt megtehetjük, mert – egyéb okokból is – a készülékeinkben vákuum van. Továbbá a nehézségi erő hatását figyelmen kívül hagyjuk, mert az sokkal kisebb, mint az elektromos erőhatások.

1. Töltött részecske mozgása homogén elektrosztatikus térben

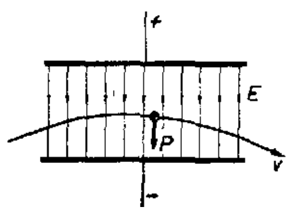
Az elektronballisztika feladata, hogy megvizsgálja: milyen pályán és hogyan mozognak a töltött részecskék elektromos és mágneses terekben. Először a legegyszerűbb, de a gyakorlat számára igen fontos esetet tárgyaljuk. Csak elektromos térerősség legyen jelen és az is legyen *homogén.* Ilyet lehet megvalósítani például (jó közelítéssel) egy síkkondenzátor lemezei között.

Tudjuk azt, hogy ha a síkkondenzátor lemezeire U egyenfeszültséget kapcsolunk és a lemezek egymástól d távolságra vannak, akkor a lemezek között kialakuló elektromos tér térerőssége:

(1) $$E = U/d.$$

Jelöljük a vizsgált töltött részecske tömegét m-mel, töltését pedig Q-val. A Q előjeles szám, úgy hogy például az *elektron töltése*

(2) $$Q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \quad \text{coulomb.}$$



1. ábra

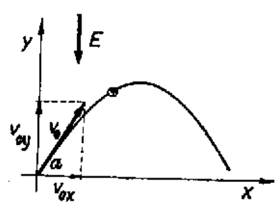
Töltött részecske pályája homogén villamos térben

Lorentz szerint E erősségű elektromos térben egy Q töltésű és m tömegű részecskére

(3) $$P_e = QE$$

nagyságú erő hat, melynek iránya megegyezik E irányával. (Tudjuk, hogy az E irányát az erővonalak adják meg. Lásd 1. ábra).

Minden mozgás vizsgálatához koordinátarendszer felvétele szükséges. Vegyük fel azért a koordinátarendszert, a részecske kezdősebességét és a térerő irányát a 2. ábrán látható módon.



2. ábra

A pályaegyenlet meghatározása

A *mozgás pályáját* Newton törvényéből kaphatjuk meg, amely szerint

$$m \cdot a = P,$$

vagy esetünkben

(4) $$m \cdot a = QE.$$

A (4) egyenletből rögtön láthatjuk, hogy a részecske

(5) $$a = Q\frac{E}{m}$$

gyorsulással indul. A Q/m hányados adott részecskére állandó, így a gyorsulás csak E-től függ. (Elektronra nézve például $Q/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ C/kg.)

Ha a (4) alatti úgynevezett mozgásegyenletet megoldjuk, azt kapjuk, hogy valamely t idő alatt a részecske elmozdulása (komponensenként)

$$x = v_{0\mathrm{x}} t; \qquad y = v_{0\mathrm{y}} t - \frac{1}{2} a t^2, \tag{6}$$

az utóbbiban rögtön felismerjük az *egyenletesen gyorsuló* mozgás egyenletét. Így a pálya alakja a 2. ábrából is láthatóan ugyanolyan, mint a *ferde hajlításnál.* Célszerű még a (6) egyenletbe beírni a gyorsulás (5) kifejezését, és akkor megkapjuk a részecske által megtett út egyenletét villamos adatokkal kifejezve:

$$x = v_{0\mathrm{x}} t; \qquad y = v_{0\mathrm{y}} t - \frac{QE}{2m} t^2. \tag{7}$$

A mechanikai analógia alapján fel tudjuk írni a részecske *sebességét* is (komponensekben):

$$v_{\mathrm{x}} = v_{0\mathrm{x}}; \qquad v_{\mathrm{y}} = v_{0\mathrm{y}} - \frac{QE}{m} t. \tag{8}$$

Ha a (7) kifejezésből felírjuk a *pálya egyenletét*, megkapjuk természetesen a 2. ábrán látható parabola egyenletét:

$$y = -\frac{QE}{2m v_{0\mathrm{x}}^2} x^2 + \frac{v_{0\mathrm{y}}}{v_{0\mathrm{x}}} x, \tag{9}$$

vagy ha behelyettesítjük a $\mathrm{tg}\, a = \dfrac{v_{0\mathrm{y}}}{v_{0\mathrm{x}}}$ összefüggést:

$$y = -\frac{QE}{2m v_{0\mathrm{x}}^2} x^2 + \mathrm{tg} a \cdot x. \tag{10}$$

A fenti általános mozgás mellett nézzük meg a gyakorlatban igen fontos két speciális esetet. *Először* azt az esetet vizsgáljuk, amikor a részecske a koordinátarendszer kezdőpontjából nulla kezdősebességgel indul, tehát $v_0 = v_{0\mathrm{x}} = v_{0\mathrm{y}} = O$. Ilyenkor a mozgásegyenletek az alábbiak lesznek az (5), (8) és (7) egyenletekből:
a gyorsulás

$$a = -\frac{QE}{m}; \tag{11}$$

az y irányú sebesség

$$v_{\mathrm{y}} = -\frac{QE}{m} t; \quad v_{\mathrm{x}} = 0; \tag{12}$$

az y irányban megtett elmozdulás

$$y = -\frac{QE}{2m} t^2; \quad x = 0 \tag{13}$$

Ez a mozgás a *szabadesésnek* felel meg.

A *második* speciális esetben a részecske az elektromos erővonalakra merőlegesen lépjen be a térbe. Ilyenkor a 2. ábrából láthatóan

$$\alpha = 0^\circ, \quad v_{0\mathrm{y}} = 0, \quad v_{0\mathrm{x}} = v_0.$$

Ha az elektromos térerő erővonalai az y-tengely pozitív irányába mutatnak, akkor a mozgásegyenletek az alábbiak lesznek a (7) egyenlet alapján:

$$x = v_{0\mathrm{x}} t; \tag{14}$$

$$y = \frac{QE}{2m} t^2, \tag{15}$$

amiből a pályaegyenlet

$$y = \frac{QE}{2m v_{0\mathrm{x}}^2} x^2. \tag{16}$$

A pályaegyenletből látszik, hogy ez a mozgás a *vízszintes hajlításnak* felel meg.

2. A töltött részecske energiaviszonyai

Kimutatható, hogy a sztatikus villamos és mágneses térben mozgó töltött részecske helyzeti energiája QU értékű, ahol U a kérdéses pont potenciálja. Mivel a mozgási energiája $\frac{1}{2}mv^2$, az energia–egyensúly

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + QU_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + QU_2 \tag{17}$$

alakban írható: a részecske összenergiája valamely P_1 pontban ugyanakkora, mint a P_2 pontban.

Fejezzük ki a (17) egyenletből v_2-t, azt kapjuk, hogy

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Q(U_1 - U_2)}{m} + v_1^2}. \tag{18}$$

Jelöljük a két pont közötti potenciálkülönbséget $U_1 - U_2 = U$-val, és legyen a koordinátarendszer kezdőpontjában mért kezdősebesség $v_1 = O$. Így a (18) képlet egyszerűbb lesz:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Q}{m}U}. \tag{19}$$

Ez a képlet igen fontos gyakorlati összefüggés. Ennek segítségével ki lehet ugyanis számítani, hogy milyen sebességre gyorsítja fel a részecskét egy elektromos erőtér. Érdekes módon a részecske végsebessége csak a gyorsító feszültségtől függ, és attól nem, hogy milyen távolságot repül át.

Nézzünk egy gyakorlati példát. *Elektroncső* anódjára a katódhoz képest 250 volt feszültséget kapcsolunk. Határozzuk meg, hogy milyen sebességgel csapódnak az elektronok az anódba?

Mivel elektronra

$$\begin{aligned} Q &= 1{,}6 \cdot 10^{-19} \quad \text{C}, \\ m &= 9{,}1 \cdot 10^{-21} \quad \text{kg}, \\ v_2 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}}U = 5{,}9 \cdot 10^5 \sqrt{250}\ \text{m/s} = 2{,}85 \cdot 10^7\ \text{km/ó}. \end{aligned}$$

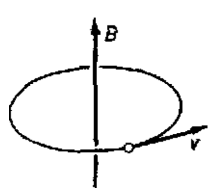
A számpéldából látható, hogy az elektronok rendkívül nagy sebességgel csapódnak az anódba, így nem is meglepő, hogy felmelegíthetik azt.

3. Töltött részecske mozgása homogén mágneses térben

Mágneses térben a töltött részecskére ható erő mindig merőleges a mágneses indukcióra (B) és merőleges a sebességre is. (Megjegyezzük, hogy a mágneses indukció és mágneses térerősség közötti kapcsolat: $B = \mu H$, ahol μ a permeabilitás.)

Mivel az erő mindig merőleges a sebességre, a mágneses tér a sebességnek csak az irányát befolyásolja, a nagyságát nem. Ebből azonnal következik, hogy nyugvó részecskére mágneses térben nem hat erő, így az nyugalomban marad.

Legyen először a v kezdősebesség a 3. ábra szerint merőleges a mágneses térre. Ekkor a sebesség és az erő vektora is egy a B-re merőleges síkban van, így a mozgás síkmozgás lesz, mégpedig olyan síkmozgás, melynél az erő a sebességre állandóan merőleges, és a sebesség abszolút értéke állandó. Ilyen síkmozgás egy van, az *egyenletes körmozgás*. A részecske tehát egy r sugarú körpályán fog mozogni.



3. ábra

Töltött részecske mozgása homogén mágneses térben

Lorentz szerint a mágneses térben a v sebességgel mozgó részecskére ható erő nagysága

$$P_m = QvB. \tag{20}$$

Ez az erő adja az egyenletes körmozgáshoz szükséges

$$P_c = \frac{mv^2}{r} \tag{21}$$

nagyságú centripetális erőt. Így

$$\frac{mv^2}{r} = QvB,$$

amiből a *körpálya sugara*

(22) $$r = \frac{mv}{QB}.$$

A részecske egy *körülfordulásának ideje*

(23) $$T = \frac{\text{út}}{\text{sebesség}} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{QB}.$$

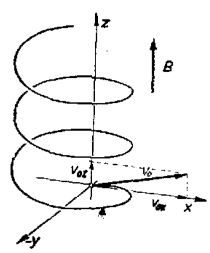
Érdekes, hogy a körülfordulás ideje nem függ sem a sebességtől, sem a sugártól, csak a térerősségtől, ami onnan adódik, hogy nagyobb sebesség esetén a részecske nagyobb sugarú körön – azaz hosszabb úton – fog futni, amihez azonos idő tartozik.

A körmozgás *frekvenciája*

(24) $$f = \frac{1}{T} = \frac{QB}{2\pi m},$$

a szögsebesség $\omega = 2\pi f = \dfrac{QB}{m}$.
A körpályán mozgó részecske energiája a (22) egyenlet alapján:

(25) $$W == \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{rQB}{m}\right)^2 = \frac{r^2Q^2B^2}{2m}.$$



4. ábra
Töltött részecske mozgása homogén mágneses térben,
általános irányú kezdősebesség esetén

Ha a részecske v sebessége úgy jött létre, hogy U gyorsító feszültségen futott át, akkor a (19) összefüggés szerint

$$v = \sqrt{\frac{2Q}{m}U},$$

ezt a (22) képletbe helyettesítve a körpálya sugara:

(26) $$r = \frac{m}{QB}\sqrt{\frac{2Q}{m}} \cdot \sqrt{U} = \sqrt{\frac{2mQ}{\cdot}}\frac{\sqrt{U}}{B}.$$

A fentiek arra az esetre vonatkoznak, amikor a kezdősebesség merőleges volt a mágneses térre. Ha a sebesség párhuzamos a B-vel, a részecskére erő nem hat.

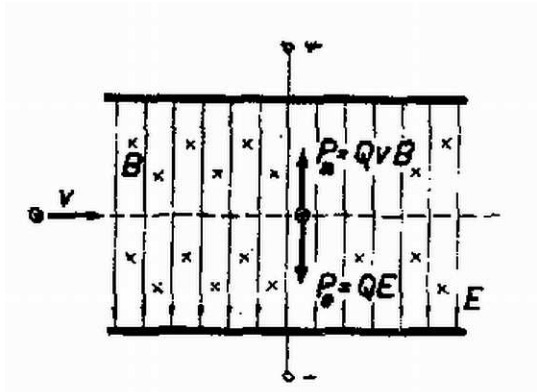
Vizsgáljuk még meg röviden az általános esetet, amikor tehát a kezdősebesség vektora B-vel tetszésszerinti szöget zár be. A viszonyokat a 4. ábrán látható térbeli koordinátarendszerben vizsgáljuk. Minden különösebb matematikai levezetés nélkül előre meg tudjuk mondani, hogy milyen lesz a mozgás pályája. A v_0 kezdősebességet felbontottuk $v_{0\mathrm{x}}$ és $v_{0\mathrm{z}}$ összetevőkre. A $v_{0\mathrm{x}}$ merőleges B-re, így ez a sebességkomponens a fentiek alapján körmozgást eredményez. A $v_{0\mathrm{z}}$ viszont B-vel nem ad erőt, mert egyirányúak, hanem csak egyenletes, egyenesvonalú mozgást jelent. Végeredményben egyenletes menetemelkedésű, körvetületű csavarmozgást kapunk.

4. Töltött részecske mozgása egyszerre ható villamos és mágneses térben

Egyszerre ható villamos és mágneses tér esetén a két tér egymástól függetlenül hat, és a legkülönbözőbb mozgások léphetnek fel. Ezek közül mi csak néhány, a gyakorlat számára fontos esetet vizsgálunk meg.

Először legyen az E merőleges B-re, és mindkettőre merőleges a részecske sebessége. Az 5. ábrán E a pozitív kondenzátorlemeztől a negatív lemez felé mutat, B pedig a papírra merőlegesen, az asztal felé. Ilyenkor a B „nyilának” a farkát látjuk, és ezt ábrázolja a kereszt. Ekkor a töltött részecskékre elektromos és mágneses erő is hat, amelyeknek értéke a (3) és a (20) egyenletek szerint

$$P_e = QE \qquad\qquad P_m = QvB.$$



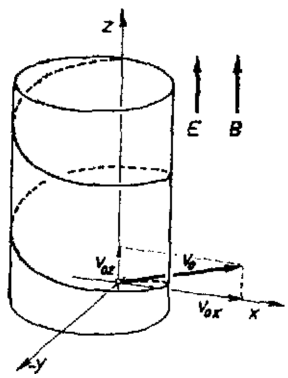
5. ábra

Töltött részecskére ható erő
villamos és mágneses térben

Az erők iránya – amint az 5. ábrán látható – egymással ellentétes, így előfordulhat, hogy a két erő egyenlő nagy, vagyis a mozgó részecskékre nem hat erő, irányváltozás nélkül elhagyja a lemezek terét. Ennek feltétele tehát:

(27) $$P_e = P_m, \text{ amiből } QE = QVB, \text{ vagy átrendezve } : v = E/B.$$

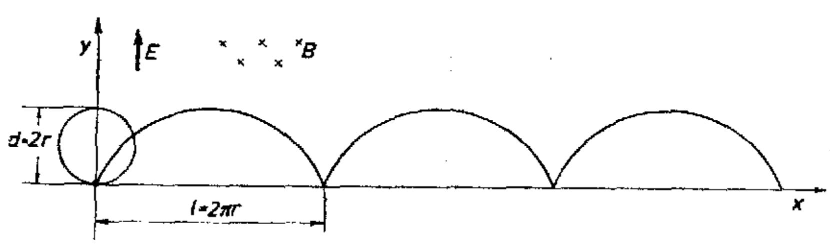
Ha tehát a részecske éppen ezzel a sebességgel lép be a lemezek közé, változatlanul folytatja útját, míg ha kisebb vagy nagyobb a sebessége, el fog térülni. Ennek a jelenségnek érdekes gyakorlati alkalmazása is van.



6. ábra

Töltött részecske mozgása
párhuzamos elektromos és mágneses térben

Bonyolultabb az eset akkor, ha a villamos és mágneses térerősség párhuzamos egymással, és a részecske kezdősebessége tetszőleges irányú (lásd a 6. ábrát). Ilyenkor a mágneses tér körmozgásra készteti a részecskét az x, y síkban (a $v_{0\mathrm{x}}$ hatására), az elektromos térerősség pedig a saját irányában, tehát a z tengely mentén gyorsítja. A kettő eredményeképpen változó menetemelkedésű hengeres csavarvonalat kapunk.



7. ábra

Töltött részecske mozgása egymásra merőleges villamos és mágneses térben,
ha a kezdősebesség nulla

Igen fontos a gyakorlati szempontból az az eset, amikor a villamos és mágneses tér merőleges egymásra, és a részecske nulla kezdősebességgel indul a koordinátarendszer kezdőpontjából (7. ábra). Amikor még a sebesség nulla, a mágneses tér nem gyakorol erőt a részecskére. Az elektromos tér azonban gyorsítani kezd a saját irányában, az y-tengely felé. Ha azonban már van a részecskének sebessége, akkor a mágneses tér körpályájára próbálja kényszeríteni, és így ismét visszajutunk az x-tengelybe. Ezzel a folyamatot elölről kezdjük. Ez a pálya *ciklois* pálya, mégpedig csúcsos ciklois, (egyenes mentén görbített kör egy kerületi pontja ír le ilyen görbét), ahol a gördülőkör sugara

(28) $$r = \frac{mE}{QB^2}$$

és az x-tengelyen két becsapódás közötti távolság ennek a körnek a kerülete, azaz

$$l = 2\pi r = \frac{2\pi m E}{QB^2}. \tag{29}$$

Ha most ebben az elrendezésben nem nulla a kezdősebesség, hanem v_0; de az merőleges B-re, akkor a csúcsos cikloisból hurkolt vagy nyújtott lesz (ilyen görbét írnak le a gördített körlemez belső, ill. külső pontjai), attól függően, hogy mekkora és milyen irányú ez a kezdősebesség. Ha a legáltalánosabb esetben a v_0 kezdősebesség nem is merőleges B-re, akkor a ciklois pálya kiemelkedik az x, y síkból, és ferde ciklois pályán fog mozogni a részecske.

5. Töltött részecske mozgása igen erős terekben

Az „igen erős tér" most nem egy alig megvalósítható esetet jelent, hanem az atomfizikai részecskegyorsítókban nagyon sokszor ténylegesen fellépő alábbi jelenséget.

Ha töltött részecske nagy potenciálkülönbséget fut át, akkor a (19) képlet szerint igen nagy sebességre gyorsul fel. Ekkor pedig a *relativitáselmélet* értelmében számolni kell azzal, hogy nagy sebességeknél a tömeg megnő az alábbi törvény szerint:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{30}$$

Ebben a képletben m_0 a részecske nyugalmi tömege, c pedig a fénysebesség. A képletből látható, hogy ha $v = 0$ (álló részecske), $m = m_0$, tehát valóban megkapjuk a nyugalmi tömeget, ha pedig a részecske elérné a fénysebességet ($v = c$), akkora tömeg „végtelenné válna", amiből az következik, hogy tömeggel bíró részecske nem érheti el a fénysebességet.

A fentieknek megfelelően elektronok esetében nagyon gyakran nem használhatjuk a (19) összefüggést, hanem a (30) alapján levezetett alábbi képlettel kell számolnunk:

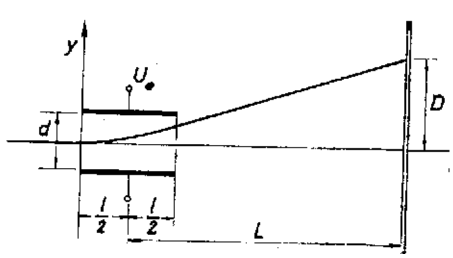
$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left[1 + \frac{Q}{m_0 c^2}U\right]^2}}. \tag{31}$$

Látható a (31) egyenletből, hogy hiába növeljük az U-t igen nagyra, a sebesség nem nő a végtelenig, hanem határesetben eléri a c-t. Ha pedig az U elég kicsi, a (19) összefüggésből számított sebesség jó közelítéssel megegyezik a (31)-ből számítottal. [(31)-ben a négyzetgyök alatt közös nevezőre hozunk, a számlálót szorzattá alakítjuk, nem követünk el nagy relatív hibát, ha $2 + \frac{Q}{m_0 c^2}U$ helyébe 2-t, a nevezőben $1 + \frac{Q}{m_0 c^2}U$ helyébe 1-et írunk.]

A két képlet alkalmazhatóságáról annyit szükséges tudnunk, hogy ha a gyorsító feszültség 10 000 volt értékű, akkor már a (31) képlettel kell számolnunk, mert ha a (19) egyenlettel számolnánk, akkor körülbelül 2% hibát követnénk el (elektron esetéit). 10 000 volt gyorsító feszültség felett feltétlenül a (31) egyenlettel számoljunk. A fentiekben elmondottak csak elektronra vonatkoznak, protonok és más nehéz részek gyorsításakor a gyakorlatban mindig elegendő pontosságot biztosít a (19) képlet is.

6. Elektrosztatikus eltérítésű katódsugárcső

Az elektronoptika egyik legfontosabb alkalmazása a katódsugárcső eltérítő rendszere. Ennél a 8. ábra szerint egy izzószálból kilépő elektronok kondenzátorlemezek közé érkeznek. Erre a lemezpárra kapcsoljuk rá az U_e eltérítő feszültséget, amelynek hatására az elektronok elhajlanak, ás az ernyőn D távolsággal a középvonal felett csapódnak be, itt tehát világító pont jelenik meg. Határozzuk meg, hogy adott geometriai méretek és feszültségek esetén mekkora eltérítést kapunk az ernyőn.



8. ábra

Elektrosztatikus eltérítésű katódsugárcső eltérítő rendszere

Ez az eset, mivel mágneses tér nincs, és az elektronok E-re merőlegesen lépnek be a térbe, az 1. fejezetben leírtaknak felel meg. A mozgásegyenletek tehát a (14), (15) és (16) egyenletek lesznek. A mozgás – részletesebben megvizsgálva

– úgy alakul, hogy az elektronok v_{0x} sebességgel, egyenesvonalú egyenletes mozgással repülnek a tengelyben, egészen addig, amíg el nem érik a lemezek szélét. Ettől kezdve parabola alakú pályára kényszerülnek, majd a lemezek közül kilépve a pillanatnyi érintő irányában ugyancsak egyenesvonalú, egyenletes mozgással folytatják útjukat az ernyőig.

A számítás kiindulási egyenlete tehát a (16) összefüggés:

$$y = \frac{QE}{2mv_{0x}^2}x^2.$$

(1) szerint $E = U_e/d$, továbbá, mivel az elektronok v_{0x} sebessége úgy adódott, hogy az U_a anódfeszültséggel gyorsítottuk fel, a (19) egyenlet szerint

$$v_{0x} = \sqrt{\frac{2Q}{m}U_a}.$$

Ha ezt a két összefüggést a (16) egyenletbe helyettesítjük – némi átalakítás után –, az alábbi végeredményt kapjuk az ernyőn való *eltérítésre*:

(32) $$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{U_e}{U_a}L.$$

A (32) összefüggésből látható, hogy az eltérítés annál nagyobb, minél nagyobb az eltérítő feszültség, és vele egyenesen arányos. Ezen a tényen alapszik a katódsugárcső felhasználása.

Meg szokták adni az eltérítő rendszer *érzékenységét*, mely az egységnyi eltérítő feszültséghez tartozó eltérítés, azaz

(33) $$e = \frac{D}{U_e} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{1}{U_a} \cdot L.$$

Nézzünk a számadatok nagyságrendjének érzékeltetésére egy gyakorlati példát. Legyen az eltérítő lemezek hossza $l = 2$ cm, távolságuk $d = 1$ cm; az anódfeszültség $U_a = 250$ volt, és az ernyő távolsága $L = 25$ cm. Az eltérítő rendszer érzékenysége a (33) egyenletből:

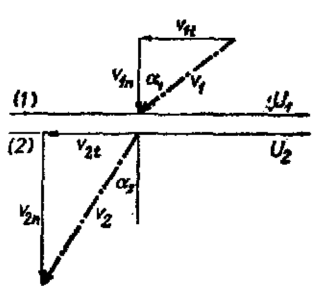
$$e = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{250}\ 25\ \text{cm/V} = 0{,}1\ \text{cm/V} = 1\ \text{mm/V},$$

vagyis, ha 1 volt feszültséget kapcsolunk az eltérítő elektródákra, a sugár az ernyőn a középponthoz képest 1 mm-rel tér el. Ez nem nagy eltérítés, és éppen ezért az eltérítő feszültséget erősítés után veszik a lemezekre. Ilyenkor már nagy eltérítést kapunk, például 20 voltos feszültcég 2 cm-es eltérítést okoz.

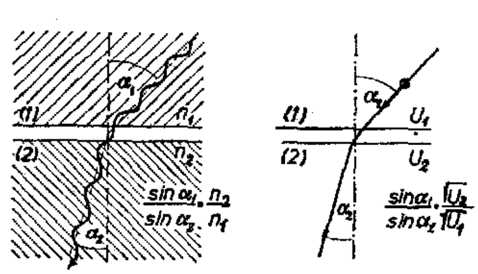
7. Az optikai töréstörvény analógiája

Az *elektronoptika* elnevezés egy érdekes analógiára utal, amely a következőképpen hangzik. Általános elektrosztatikus térben mozgó töltött részecske pályája megegyezik a térben meghatározott módon változó *törésmutatóval* bíró anyagban terjedő *fénysugár* útjával.

A fénysugár útjára vonatkozó legfontosabb törvényszerűség a *töréstörvény*. Ezért a fenti analógia közelebbi vizsgálatához megnézzük, milyen törést szenved egy elektron pályája, amikor a részecske egy U_1 potenciálú térrészből egy U_2 potenciálú térrészbe halad át (9. ábra).



9. ábra. **Töltött részecske pályájának törése**



10. ábra. **A fénysugár-elektron analógia**

Az (1) és a (2) térrészben is a potenciál állandó, így a térerősség zérus, a két térrész között pedig a határfelületre merőleges. Ilymódon az elektron csak normális irányú gyorsulást szenved, tangenciális irányban a sebesség állandó marad: $v_{1t} = v_{2t}$. Az ábrából: $v_{1t} = v_1 \sin a_1$, és $v_{2t} = v_2 \sin a_2$, ezért fenti egyenletünk így írható:

$$v_1 \sin\alpha_1 = v_2 \sin\alpha_2,$$

amiből rendezéssel:

(34) $$\frac{\sin a_1}{\sin a_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Használjuk most fel a (17) egyenletet v_1 meghatározására. (Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy az elektron zérus kezdősebességgel, nulla potenciálú helyről kerül az (1) térrészbe, azaz nulla energiával indult):

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + QU_1 = 0.$$

Mivel az elektron töltése negatív, a $Q = -Q_e$ helyettesítéssel kapjuk:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Q_e}{m}U_1}.$$

Ezekután (17)-et alkalmazva v_2-t is számíthatjuk:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Q_e}{m}U_2}.$$

A v_1-et és v_2-t a (34)-be helyettesítve:

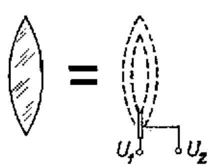
$$\frac{\sin a_1}{\sin a_2} = \frac{\sqrt{U_2}}{\sqrt{U_1}} \tag{35}$$

Összevetve ezt a *Descartes–Snellius*-féle optikai töréstörvénnyel, látható, hogy az n optikai törésmutatónak megfelelően bevezethetjük az elektromos törésmutatót, amely a *potenciál négyzetgyökével* arányos. Ezekután rajzoljuk meg a fejezet elején említett analógiát a 10. ábrán.

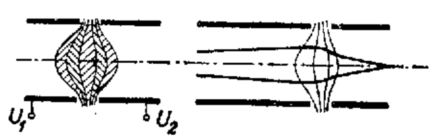
Az analógiának igen nagy jelentősége van, hiszen az optikai készülékek elmélete jól kidolgozott, tulajdonságai szemléletesek. Ezeket átvihetjük az elektronok mozgására és az elektronikus készülékekre. Az analógia pl. *elektronlencsék* létezésére is figyelmeztet bennünket.

8. Elektromos lencsék

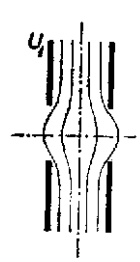
Az elektronpálya töréstörvényének ismeretében az optikai lencse elektromos analogonját a 11. ábra szerint rajzolhatjuk meg. Az elektromos lencse fémhálóból készül (hogy az elektronok át tudjanak haladni rajta). A gyakorlatban azonban nem ez az elrendezés használatos. A gyakorlat elektromos lencséi olyan elektróda elrendezések, ahol az *ekvipotenciális felületek* megfelelnek a 11. ábra fémhálóinak. Például különböző potenciáira kapcsolt henger ekvipotenciális felületei kétszer domború lencsének felelnek meg (12. ábra). Itt persze a potenciál már nem ugrásszerűen, hanem folyamatosan változik. Ennek megfelelően az elektron pályája sem fog megtörni, hanem pontról–pontra folyamatosan görbül. (Hasonlóképpen alakul a fénysugár útja olyan közegben, amelynek törésmutatója folytonosan változik.) Az optikai lencsékkel való hasonlóság kidomborítása végett a folytonosan változó potenciálú teret az ábrán vékony, ugrásszerűen változó potenciálú héjakra bontottuk. Készítenek elektromos lencsét két középen perforált lemezből is a 13. ábrán feltüntetett módon.



11. ábra. Az optikai lencse analógiája



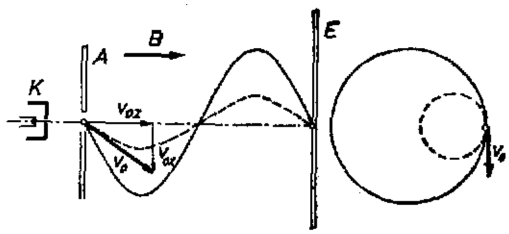
12. ábra. Elektromos lencse



13. ábra Perforált lemezekből készült elektromos lencse

9. Mágneses lencsék

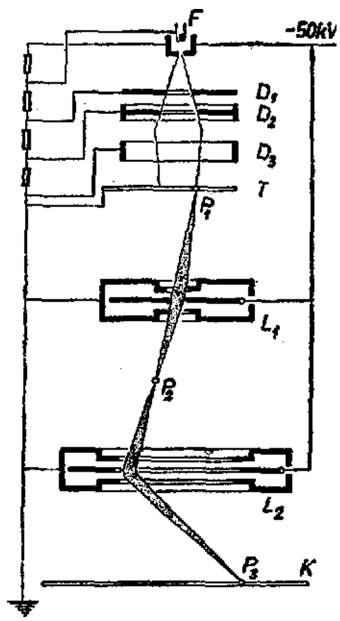
A 3. fejezet szerint homogén mágneses térben tetszőleges irányú kezdősebesség esetén az elektron pályája körvetületű csavarvonal. Ha ezt a pályát a másik nézetből ábrázoljuk (14. ábra), látható, hogyan fokuszál a mágneses lencse: az egy pontból kiinduló, de irányra és nagyságra nézve különböző sebességű elektronokat ismét egy pontba gyűjti. (Ne felejtsük el, hogy a körülfordulás ideje [(23) szerint] nem függ a sebességtől.



14. ábra. **Mágneses lencse**

10. Az elektronmikroszkóp

Akár elektromos, akár mágneses lencsékből felépíthető az elektronmikroszkóp. A 15. ábrán példaképpen elektrosztatikus elektronmikroszkópot vázoltunk. Itt F az elektronforrás, D_1, D_2, D_3 gyorsító és egyben diafragmául szolgáló elektródák, T a tárgylemez, L_1 és L_2 elektromos lencsék, K a képlemez, amelyen a vizsgált tárgy képe megjelenik.



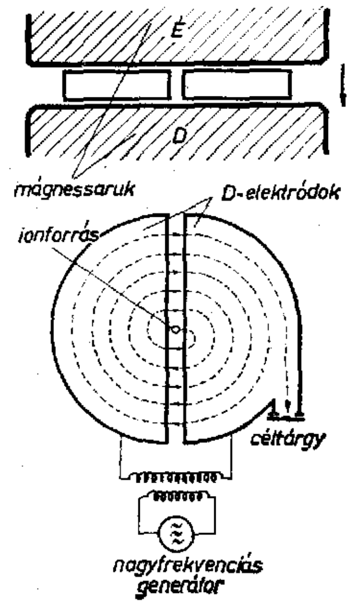
15. ábra

Elektrosztatikus elektronmikroszkóp vázlata

Az elektronmikroszkóp nagy előnye az optikai mikroszkóppal szemben az, hogy *felbontóképessége* sokkal nagyobb. Így például optikai mikroszkóppal nagy nehézségek árán érhető el az, hogy két, egymástól 800 A távolságra levő pontot meg tudjunk különböztetni. Kiderül, hogy az elektronmikroszkópnál a felbontóképesség annál nagyobb, minél nagyobb az alkalmazott gyorsítófeszültség. A felbontóképesség növelésének elvileg csak a kvantummechanika határozatlansági relációja szab határt. Ebből – a jelenleg alkalmazott elrendezéseknél 3 A adódik, mint a felbontóképesség korlátja. A mai elektronmikroszkópok megközelítik ezt a korlátot, felbontóképességük 10–20 A.

11. A ciklotron

Az atomfizikai kutatásokban nagyenergiájú részecskékre van szükség. Előállításukhoz alkalmas egyik legfontosabb eszköz a ciklotron. A ciklotron vázlatos felépítését a 16. ábra mutatja. A mágnes pólusai között két üres, nyílásukkal egymás felé fordított D alakú fémdoboz helyezkedik el. A két fémdoboz közé váltakozó feszültséget kapcsolunk.



16. ábra. Ciklotron

Működése a következő. Az elektródák közé helyezett ionforrásból kilépő ionok az elektromos tér hatására bejutnak valamely fémdoboz belsejébe, ahol elektromos tér gyakorlatilag nincs. De ekkor az ionok már bizonyos sebességgel bírnak, tehát a mágneses tér hatására körpályán fognak mozogni. Egy félkör befutása után a két elektróda közé kerülnek az ionok, így a villamos tér ismét hat rájuk, tehát sebességüket megnöveli, aminek következtében a másik elektróda belsejében már nagyobb sugarú körpályán fognak mozogni. (Lásd a 3. fejezet (22) képletét!) Eközben a villamos tér megfordul, így az elektródákból kilépő ionra ismét gyorsítólag hat. Ez a folyamat így folytatódik addig, míg a gyorsító méretei által megszabott legnagyobb sugáron a részecske el nem éri a maximális energiát.

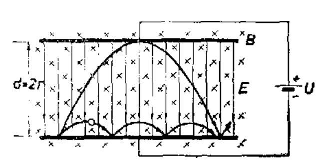
A működést az teszi lehetővé, hogy homogén mágneses térben a részecske körülfutási ideje nem függ sem a sebességtől, sem a sugártól, hiszen a 3.fejezet (23) képlete szerint $T = \dfrac{2\pi m}{QB}$. Tehát ha az elektromos tér frekvenciája $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{QB}{2\pi m}$, akkor biztosítva van, hogy a részecske a résbe érkezve mindig energiát nyerjen, azaz gyorsuljon.

Határozzuk még meg a maximális energiát. (22)-ből a részecske legnagyobb sebessége: $v_{\max} = \dfrac{QBr_{\max}}{m}$, ahol $r_{\max}$ a lehetséges legnagyobb sugár, amelyet az elektródák mérete határoz meg. Ennek felhasználásával a maximális energia:

$$W = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}\frac{r_{\max}^2 Q^2 b^2}{m}.$$

12. A magnetron

Vizsgáljuk a 17. ábrán látható elrendezést (az úgynevezett síkmagnetront), amely tulajdonképpen egy síkkondenzátor, rá merőleges mágneses térben.



17. ábra

Síkmagnetron

Az elektromos és mágneses tér tehát egymásra merőleges. Ha az egyik lemezből kezdősebesség nélküli elektronok lépnek ki, akkor azok a 4. fejezet 7. ábrája szerint ciklois pályán fognak mozogni, éspedig a (28) képlet szerint a gördülőkör sugara $r = \dfrac{mE}{QB^2}$.

Esetünkben $E = \dfrac{U}{d}$,

(36) $$\text{tehát} \quad r = \frac{mU}{B^2Qd}.$$

Ha a feszültség kicsi, akkor kicsi lesz a ciklois magassága (ami $2r$-rel egyenlő), így az elektronok nem érik el az anódlemezt, tehát anódáram nem fog folyni. A feszültséget növelve kapunk egy olyan ún. *kritikus feszültséget*, amelynél az anódáram éppen megindul. Ha viszont a feszültséget tartjuk állandó értéken, akkor az *indukciót* csökkenteni kell ahhoz, hogy az áram meginduljon, hiszen erősebb mágneses tér jobban meggörbíti az elektronok pályáját.

Az áram megindulásának feltétele; $2r = d$, azaz

$$\frac{2mU}{B^2Qd} = d.$$

Ebből bármelyik mennyiség a többi ismeretében számítható, tehát magnetronnal mérni lehet B-t, U-t vagy a Q/m arányt.

A magnetronnak mint *mikrohullámú elektroncsőnek* a működése a fenti ciklois mozgáson alapul, ezzel azonban nem foglalkozunk.

13. Sebesség homogenizálás

A 4. fejezet 5. ábráján látható elrendezés alkalmas arra, hogy a qtextitkülönböző sebességgel érkező részecskék közül (27) szerint csak a $v = E/B$ sebességűeket engedje tovább, mert a többinek a pályája elgörbül, és azok a lemezbe ütköznek. A fenti formula egyben meg is adja, hogy milyen sebességű részecskék jutnak ki a berendezésből.

Gonda Gábor és Veszely Gyula