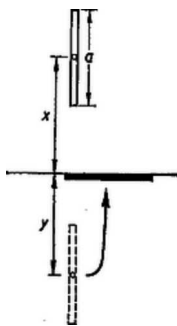


Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat szeptember 30-án rendezte ez évi Eötvös fizikai versenyét Budapesten és 6 vidéki városban az idén érettségizettek számára. A versenyzők 5 óráig dolgozhattak, és bármilyen segédeszközt használhattak. Az alábbiakban ismertetjük a verseny feladatait és azok megoldását:

1. 1 méter hosszú, $0,25 \text{ grs/cm}^3$ fajsúlyú vékony fapálcát víz felszíne felett függőlegesen lógatunk úgy, hogy alsó vége 2 méter magasan van a víz felett. A pálcát elengedjük. Vízbe esve milyen mélyre esik le a pálca a vízben? Minden súrlódás és közegellenállás elhanyagolandó. Mi történik, ha a pálcát 0,5 méter magasról ejtjük le. Mi történik, ha a pálcát a víz alól indítjuk el úgy, hogy felső vége indításkor 10 cm-re van a víz szintje alatt? Mi történik, ha ugyanezt $0,75 \text{ grs/cm}^3$ fajsúlyú pálcával tesszük meg?

Megoldás: Ha mozgástanilag vizsgáljuk a jelenséget, akkor megállapítjuk, hogy a pálca először esést végez, amelynek vége sebessége számítható. A vízbe érve az úszási helyzettől számított távolsággal egyenesen arányos erő hat rá mint a súly és felhajtóerő különbsége; ekkor nem nulla kezdősebességgel induló rezgő mozgás folyik le, végül, ha már a felső vége is elmerült, egyenletesen lassuló mozgás csatlakozik a rezgéshez. De egyszerűbb a megoldás az energiamegmaradás törvényével, annak alapján, hogy a megszerzett mozgási energia a felhajtóerő ellen végzett munkával egyenlő. Az itt közölt megoldás hasonló módszert alkalmaz.

Jelöljük a pálca hosszát a -val, keresztmetszetének területét F -fel, sűrűségét d -vel. A folyadék sűrűsége d_0 . A pálca közepének, súlypontjának magassága induláskor a víz felett x , legmélyebb helyzetében, a víz alatt y . (1. ábra.) x -et felfelé számítjuk pozitívnak, y -t pedig lefelé.



1. ábra

Az 1. ábrán látható esetben úgy fogjuk fel a jelenséget, hogy a pálca tömege $x + y$ úton leesve munkát végzett, amelynek árán a pálca helyén levő víz feljutott a felszínre. A pálca tömege Fad , útja $x + y$, tehát a pálca leesésekor végzett munka $Fad(x + y)g$. A pálca helyéről Fa térfogatú, Fad_0 tömegű víz jutott fel a felszínre, y utat megtéve, tehát ez a munkavégzés Fad_0yg . A

két munkavégzés egyenlő:

$$Fad(x + y)g = Fad_0yg.$$

Innen a lemerülés legnagyobb mélysége:

$$y = x \cdot \frac{d}{d_0 - d}.$$

Mivel az edény felszíne igen nagy, a pálca bemerülésekor a szintmagasság nem változik észrevehetően, és a pálca helyéről felmenő víz súlypontjának útja valóban y .

A jobb áttekinthetőség céljából igen jó, ha x, y helyett x/a és y/a változókat használjuk, amelyek a súlypont-magasságokat a pálcához viszonyítottan fejezik ki. Így változóink tiszta számok, és megállapításaink bármilyen méretű pálcára vonatkoznak. Úgyisint d/d_0 sűrűséghányaddal számolunk tovább, mert a feladat szempontjából csak ez számít. Előbbi eredményünket átalakítva ezt kapjuk:

$$(I.) \quad \frac{y}{a} = \frac{x}{a} \cdot \frac{\frac{d}{d_0}}{1 - \frac{d}{d_0}}.$$

y/a -nak x/a -tól való függését koordináta-rendszerben ábrázoljuk (2. ábra). Az I. alatti eredmény az origón átmenő egyenest jelent, ábránk $d/d_0 = 0,25$ esetben mutatja ezt az egyenest (AB egyenes), iránytangense feladatunk első kérdése esetében $1/3$. Feladatunk első kérdésében $x/a = 2,5$ és $y/a = 5/6$.

II. számú képletünk érvényességi területe hamar megszűnik, amint a leeső pálca úgy indul, hogy alsó vége már induláskor is belóg a vízbe (4. ábra). A leeső pálca munkavégzését most is az előbbi kifejezés adja meg, de most $F(x+y)d_0$ tömegű víz $\left(\frac{a}{2} - x + \frac{a}{2} + y\right) : 2$ mélységből emelkedik fel:

$$Fad(x+y)g = F(x+y) \cdot d_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} - x + \frac{a}{2} + y\right) \cdot g.$$

(Ne felejtsük el, hogy a víz szintjétől felfelé irányuló y negatív számként kerül az egyenletbe.) A megoldás:

$$(III.) \quad \frac{y}{a} = \frac{x}{a} + 2 \cdot \frac{d}{d_0} - 1.$$

E függvény grafikus ábrázolása 45° -os egyenes (ábránkban $d/d_0 = 0,25$ esetében C -től D -ig).

A még hátralevő két eset a legelső két inverze. A jelenség szimmetriájából is következik, hogy a kezdeti és végső pályahelyzet felcserélhető. $x/a = 0$ -tól $x/a = -0,5$ -ig érvényes képletünk:

$$(IV.) \quad \frac{y}{a} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{d_0}{d} \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{d_0}{d} - 1\right) \cdot \frac{x}{a} - \frac{1}{8} \cdot \frac{d_0}{d}.$$

Ez egy álló parabola darabja D -től E -ig. Végül $x/a = -0,5$ -től még negatívabb területek felé haladva, (E -től F irányában) az összefüggést újra az origó felé mutató egyenes tünteti fel

$$(V.) \quad \frac{y}{a} = \left(\frac{d_0}{d} - 1\right) \cdot \frac{x}{a}.$$

Ide tartozik feladatunk harmadik kérdése: ha $x/a = -0,6$, akkor $y/a = -1,8$.

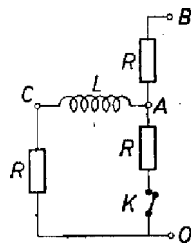
Az úszás esetében $x/a = -y/a$, ennél kisebb x/a esetében a pálca kiugrik a vízből. Görbénknek ez a pont a szimmetriapontja (Z).

Az összefüggés képe mindaddig ilyen, amíg d/d_0 kisebb, mint 0,5. Ha d/d_0 értéke 0,5, akkor az összefüggést az origón átmenő 45° -os egyenes tünteti fel. Az I., III. és V. összefüggések egyaránt ezt adják. Ilyen sűrűségarány mellett a pálca pontosan olyan mélyre megy le a víz alá, amilyen magasról indult és fordítva.

Ha a sűrűségarány 0,5 és 1 között van, szintén csak az I., III. és V. összefüggések szerepelnek, a II. és IV. alatti összefüggésekre nem kerül sor. Ilyenkor, ha azt akarjuk, hogy a pálca leejtés utáni legmélyebb helyzetében felül kiálljon a vízből, akkor úgy kell elindítani, hogy alsó vége induláskor beleérjen a vízbe. Az összefüggést $d/d_0 = 0,75$ esetében a 2. ábra $IJKL$ vonala tünteti fel. A feladat értelmét veszti onnantól kezdve, hogy d/d_0 1-gyel egyenlő ($VMNW$ vonaldarabtól balra felfelé).

A feladatban 0,75-ös sűrűségre vonatkozó kérdésekre a válaszok: ha $x/a = 2,5$, akkor $y/a = 7,5$; ha $x/a = 1$, akkor $y/a = 3$; ha $x/a = -0,6$, akkor $y/a = -0,1$.

Vizsgáljuk meg képleteink érvényességi területeit a grafikus ábrán. Az I. képlet a $VMGR$ vonaltól jobbra felfelé, az V. képlet a $WNHT$ vonaltól balra lefelé érvényes. A II. képlet az $RGPS$ téglalapban, a IV. képlet a $THPU$ téglalapban érvényes. Végül a III. képlet használandó a $GMNHP$ ötszögben. Az SPU -tól jobbra lefelé fekvő terület megvalósíthatatlan. A területek határvonalán mindkét érdekelt képlet ugyanazt adja. Az úszási, vagyis egyensúlyi esetek a $QOZP$ egyenes mentén sorakoznak.



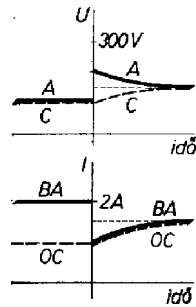
5. ábra

2. A rajz szerinti kapcsolásban a föld és B pont közé hosszabb idő óta 300 volt állandó feszültségkülönbség van kapcsolva. R ellenállások mindegyike 100 ohm-os és L tekercs önindukciója 10 henry. K pontban a vezeték hirtelen megszakítjuk. Kérdés: mennyivel ugrik A pont feszültsége közvetlenül a megszakítás után (például néhány ezred másodpercen belül)?

(Károlyházy Frigyes)

Megoldás: Az 5. ábra mutatja az elrendezést. L önindukciós tekercsnek nincs ohmos ellenállása. Ohm törvénye szerint az eredeti állapotban a felső ellenálláson, B és A között 2 amperes áram, az alsó ellenállások mindegyikén CO között és AO között 1–1 amper folyik és A , valamint C pont feszültsége 100 volt. A hirtelen kikapcsoláskor L

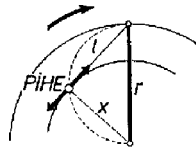
önindukciós tekercs árama egy kis darabig nem képes megváltozni, továbbra is 1 amper marad, és ekkora kell, hogy legyen a felső, B és A közötti ellenállás árama is. Tehát a megszakítás után a $BACO$ úton végig 1 amper folyik. A szakított ág ellenállásában azonnal megszűnik az áram, és a felső, B és A közötti ellenállásban azonnal 1 amperessé lesz az áramerősség, hiszen tisztán ohmos ellenállásban az áramnak nincs tehetetlenségi sajátsága. Az 1 amperes áram a CO közötti 100 ohmon változatlanul 100 voltos feszültségeséssel jár együtt, de a BA közötti 100 ohmon is 100 volt feszültségesés jön létre. Mivel B változatlanul 300 voltos van, e pillanatban A pontban $300 - 100 = 200$ volt jön létre. Tehát a válasz: A pont feszültsége 100 voltot ugrik. E pillanatban L önindukciós tekercsen C és A között 100 voltos feszültségkülönbség van, pedig a tekercs tökéletesen vezető fémből készült, és nincs ellenállása. Éppen ezért hirtelen növekedni kezd benne az áramerősség, olyan hirtelen, amint az az önindukciós feszültség $V = L \frac{di}{dt}$ törvényből következik. Az idők folyamán kialakuló végső állapotban az áramerősség mindegyik ellenállásban 1,5 amper, és A , valamint C pont feszültsége 150 volt. A feszültségek és áramerősségek időbeli kialakulását mutatja a 6. ábra.



6. ábra

3. Ostornyél egyik végére vékony cérnaszálon elenyésző tömegű tollpihét kötünk, és körbe forgatjuk. Milyen pályán mozog a pihé?

(Károlyházy Frigyes)



7. ábra

Megoldás: A pihére jellemző, hogy csak közegellenállása van, de nincs sem tömege, sem súlya, sem tehetetlenségi ereje. Ezért mindegy, hogy mely síkban mozog. Mozgás közben a cérna húzóerejének kell egyensúlyt tartania a pihére ható közegellenállási erővel. Időben állandó állapotban a pihé is körön mozog. Mivel a közegellenállás erő a pihé pillanatnyi elmozdulási irányával ellentétesen működik, ezért a pihé pályakörének lesz érintője a cérna irányára. (7. ábra.) A cérna másik, bothoz kötött vége nagyobb rádiuszú kört ír le. Ha tehát adva van a botvég által leírt kör rádiusza (r), akkor az erre rajzolt félkört a cérnahosszal (l) elmetszve kapjuk a pihé körének rádiuszát (x). Számítással: $x = \sqrt{r^2 - l^2}$. Ha a cérnaszál hosszabb, mint a botvég körének rádiusza, akkor nincs ezen feltétel szerinti stabilis pálya.

A VERSENY EREDMÉNYE: I. díjat nyert *Zakariás László* (a budapesti Piarista Gimnáziumban Kovács Mihály tanítványa), II. díjat nyert *Fritz József* (a mosonmagyaróvári Kossuth-gimnáziumban Németh Béláné tanítványa). Dicséretet nyertek *Bollobás Béla* (a budapesti Apáczai Csere János gimnáziumban Csernák Emil tanítványa), *Molnár Emil* (a győri Révai-gimnáziumban Bönyi Mihály tanítványa), *Perjés Zoltán* (a budapesti Piarista Gimnáziumban Kovács Mihály tanítványa) és *Sólyom István* (a budapesti Vörösmarty-gimnáziumban Óhegyi Ernő tanítványa).