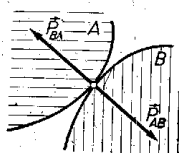


A merev testre ható erőt vektorként fogjuk fel. Azokat a vektorokat azonban, amelyek a merev testre ható erőket képviselik nem lehet úgy összegezni mint például a sebesség-vektorokat; ha ugyanis egy merev testre két erő hat és az ezeket képviselő vektorokat egy **tetszőleges** pontba eltolva a paralelogramma szabály szerint összeadjuk, az eredményvektor által képviselt erő hatás szempontjából nem lesz egyenértékű az eredeti két erő együttesével. Az alábbiakban merev testekre ható erőkkel fogunk műveleteket végezni. Műveleteinket a következő két szabály alapján végezzük el:

Egy merev testre annak egy pontjában ható erők abban a pontban a paralelogramma szabály szerint összegezhetők.

Ha egy merev testre ható, erőt annak hatásvonala mentén eltolunk, vele egyenlő hatású erőt kapunk.

Azoknál a kérdéseknél, melyeket meg fogunk vizsgálni többféle erő szerepel. Lesznek ezek között olyanok, melyek abból származnak, hogy az egyik testre a másik test támaszkodik. Ezek az erők egyszerűen kezelhetők abban az esetben, mikor a támaszkodó testek súrlódásmentesen érintkeznek. Ugyanis ebben az esetben, ha két test A és B súrlódásmentesen érintkeznek, akkor a A testnek a B testre való támaszkodásából származó B -re ható $\vec{P}_{AB}$ erő a támaszkodás pontjában a B felé a B felületére merőlegesen hat (1. ábra).



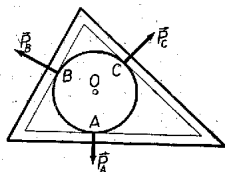
1. ábra

Az akció–reakció elve szerint a $\vec{P}_{AB}$ erővel együtt fellép az A testre ható $\vec{P}_{BA}$ erő és $\vec{P}_{AB} = -\vec{P}_{BA}$. Ha a két test érintkezése súrlódásos, a támaszkodásból származó erők általában nem merőlegesek a támaszkodó testek felületére.

I.

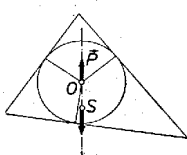
Egy vízszintes tengelyű hengerre egy lécs-háromszöget helyezünk ráfeszítve. Gondolatmenetünk érdekében a következő idealizálást végezzük: a háromszög oldalai egyenes szakaszok, a háromszög síkja függőleges és a háromszög és henger közötti érintkezés súrlódásmentes.

Kérdés: Milyen helyzetben marad a hengerre helyezett lécs-háromszög nyugalomban? Tegyük fel, hogy a lécs-háromszög a hengeren nyugalomban van és oldalai a hengert az A , B , C , pontokban érintik. A lécs-háromszögre a következő erők hatnak: súlyereje a súlypontjában, és a hengerrel való támaszkodásból származó erők $\vec{P}_A$, $\vec{P}_B$, $\vec{P}_C$, melyek az A , B , C , pontokban hatnak (2. ábra).



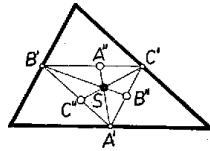
2. ábra

A lécs-háromszög síkja a hengert egy körben metszi, ennek középpontját jelöljük O -val. A fentiek szerint a $\vec{P}_A$, $\vec{P}_B$, $\vec{P}_C$ erők merőlegesek a henger felületére, tehát hatásvonalukon eltolhatjuk őket az O pontba és ott a paralelogramma szabály szerint összegezzük őket. Összegüket jelöljük $\vec{P}$ -vel. A $\vec{P}$ erő hatásvonala átmegy az O ponton. Mivel feltevésünk szerint a lécs-háromszög nyugalomban van, a ráható erők egyensúlyban vannak. Ha viszont egy merev testre két erő hat és ezek egyensúlyban vannak, akkor szükségszerűen hatásvonalaik azonosak és összegük nulla. Esetünkben a $\vec{P}$ erő tart egyensúlyt a lécs-háromszög súlyerejével, tehát a lécs-háromszög S súlypontja az O ponton átmenő függőlegesen van. A kérdésünkre adott felelet szükségessé teszi a lécs-háromszög súlypontjának meghatározását, a következőkben ezzel a feladattal foglalkozunk.



2. ábra

Tételezzük fel, hogy a lécháromszögön a tömegeloszlás homogén. A lécháromszög súlypontját tömegének fokozatosan végzett, egy pontba való összpontosításával határozzuk meg. A lécháromszög egyes oldalainak súlypontjai azok felezéspontjában vannak, ezek az A' , B' , C' pontok. Ha az egyes oldalak tömegét azok súlypontjában egyesítjük, akkor az így származó tömegpontok tömegei arányosak az oldalak hosszával. Most tehát az A' , B' , C' pontokban elhelyezett tömegek súlypontját keressük. Mivel az $A'B'C'$ háromszög hasonló a lécháromszöghöz, azért az A' , B' , C' pontokban elhelyezett tömegek aránya megegyezik az $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ oldalak hosszainak arányával. Tekintsük most a B' és C' pontokban elhelyezett tömegek súlypontját, jelöljük ezt A'' -vel. A'' nyilván a $B'C'$ oldalon van és azt a B' és C' pontokban elhelyezett tömegek arányában osztja. Mivel ezen tömegek aránya megegyezik az $A'C'$ és $A'B'$ oldalak hosszainak arányával, következik, hogy az A'' pontot a $B'C'$ oldalból az $A'B'C'$ háromszög A' -nál levő szögének felezője metszi ki. Egyesítsük most a B' és C' pontokban elhelyezett tömegeket az A'' pontban. Határozzuk meg az A' és A'' pontokban elhelyezett tömegek súlypontját. Ez a lécháromszög S súlypontja lesz. Az előbbiek szerint ez az $A'A''$ szögfelezőn van. Ha a súlypont meghatározását a tömegek összpontosításának más sorrendjében végezzük, azt kapjuk, hogy a S súlypont rajta van a fentihez hasonló módon meghatározható $B'B''$ és $C'C''$ szögfelezőkön. Tehát az S pont az $A'B'C'$ háromszögbe írható kör középpontja (3. ábra).



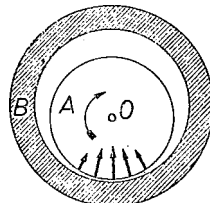
3. ábra

Nem nehéz belátni, hogy ha a lécháromszög szabályos, akkor az S pont a háromszög középpontja és egybe esik az O ponttal. Ebben az esetben a lécháromszög bármely helyzetében egyensúlyban van. Ha a lécháromszög nem szabályos két esetben lehet nyugalom: Ha az S pont az O ponton átmenő függőlegesen az O pont felett van, ez labilis egyensúlyi helyzet; és ha az S pont az O ponton átmenő függőlegesen az O pont alatt van, ez stabilis egyensúlyi helyzet.

Megjegyezzük, hogy, ha az S pont nem az említett helyzetekben van, a lécháromszög lengéseket végez, mivel fizikai ingának tekinthető. Fenti okoskodásunk lényege alkalmazható arra az esetre, mikor a lécháromszög csak két pontban támaszkodik a hengerre. Ha a henger és a lécháromszög érintkezése súrlódásos, akkor a feszítésből származó és az érintkezési pontokban fellépő súrlódási erők miatt a lécháromszög más nyugalmi helyzetei is lehetségesek.

II.

Egy gép A tengelye a B csapágyperselyre támaszkodik és abban forog (4. ábra).



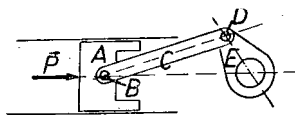
4. ábra

Bebizonyítjuk, hogy az átadódó erő hatásvonala a tengely középvonalán halad át. A csapágy olajjal, vagy zsírral van kenve, így élhetünk azzal a feltevessel, hogy a felületek érintkezésénél súrlódási erő nem ébred. Ebben az esetben, ha egy erő ébred az érintkezési pontban, akkor ez merőleges a tengely felületére, tehát a hatásvonala a henger középvonalán halad át. Ha több ponton, vagy akár egész felületen támaszkodnak egymásra, akkor is az összes ébredő erő hatásvonala átmegy a tengely középvonalán. Az előző példához hasonló módon az összes ébredő erőt a hatásvonalán a középvonalra tolhatjuk, itt összegezve az eredő hatásvonala is átmegy a középvonalon. Ezt akartuk bizonyítani.

Megjegyzés: Korszerűen méretezett, pontosan kivitelezett és helyesen kent csapágyakban a valóságban az a helyzet, hogy a csapágyházagban a forgó tengely az olajat maga alá gyűri, és az olajréteg teljesen körülveszi a tengelyt. Az erőhatás az olajrétegen keresztül elég nagy felületen adódik át. A fémes súrlódást így teljesen kiküszöbölték és csak a sokkal kisebb folyadéksúrlódás lép fel. Ezzel elérték, hogy az ilyen csapágyak súrlódási vesztesége alig több mint a golyóscsapágyaké. Golyóscsapágnál az erő a golyók egy-egy pontján pontszerűen adódik át, ami nagy erők esetén a golyók óriási helyi igénybevételét, erős belapulását és gyors tönkremenetelét okozza. Ezért olyan esetekben, mikor a csapágyon nagy erők adódnak át, az erőt felületen átszármaztató előbb említett csúszó csapágyak előnyösebbek a golyóscsapágyaknál.

III.

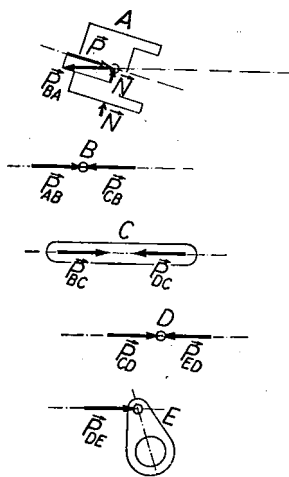
Egy gőzgép hengerében a gőznyomás a dugattyút adott P erővel nyomja. A dugattyú áll. Az A dugattyúhoz a C hajtórúd a B dugattyúcsappal csuklósan kapcsolódik. A hajtórúd az E forgattyúhoz a D forgattyúcsappal csuklósan kapcsolódik (5. ábra).



5. ábra

Kérdés: mekkora erőt ad át a C , hajtórúd az E forgattyúnak? A csuklós kapcsolat az A és C , testek között azt jelenti, hogy a C test az A testhez képest csak a B csukló középpontja körül foroghat. A dugattyú és a henger között, valamint a csuklós kapcsolódásoknál a súrlódás az olajozás miatt elhanyagolható. A feladatot síkbeli kérdésként vizsgáljuk.

A megoldás kulcsa az, hogy a berendezés áll, tehát minden része egyensúlyban van. (6. ábra)



6. ábra

A a B -nek $\vec{P}_{AB}$ erőt ad át, B az A -nak $\vec{P}_{BA}$ erőt ad át. Hasonlóan értelmezhető $\vec{P}_{CB}$, $\vec{P}_{BC}$, $\vec{P}_{CD}$, $\vec{P}_{DC}$, $\vec{P}_{DE}$. Ezen erők láncolatát fogjuk végig követni. A dugattyú a B dugattyúcsaphoz csuklósan kapcsolódik, a csuklós kapcsolódás esetén a fenti példánál alkalmazott gondolatmenettel kimutatható, hogy az átadott erő hatásvonala a csap középpontján halad át. Tehát $\vec{P}_{AB}$ erő hatásvonala áthalad a B dugattyúcsap középpontján. Hasonló módon látható be, hogy $\vec{P}_{BC}$ hatásvonala a B csap középpontján, $\vec{P}_{CD}$ és $\vec{P}_{DE}$ hatásvonalai a D csap középpontján haladnak át.

Induljunk ki a C , hajtórúd egyensúlyából. A C hajtórúdra két erő hat $\vec{P}_{BC}$ és $\vec{P}_{DC}$. Amint már említettük, ha egy merev testre két erő hat, ezek csak úgy lehetnek egyensúlyban, ha hatásvonalaik azonosak és összegük nulla. Ezek szerint $\vec{P}_{BC}$ és $\vec{P}_{DC}$ hatásvonala csak a csapok középpontjait összekötő egyenes lehet. Az akció-reakció törvénye értelmében ebbe az egyenesbe esik $\vec{P}_{AB}$ és $\vec{P}_{CD}$ is. Folytassuk vizsgálatunkat a csapok egyensúlyával. A B csapra szintén két erő hat; $\vec{P}_{AB}$ és $\vec{P}_{CB}$. Ezek közül $\vec{P}_{CB}$ hatásvonalát ismerjük, tehát ez $\vec{P}_{AB}$ hatásvonala is. Hasonlóan látható be, D csap egyensúlyából, hogy $\vec{P}_{DE}$ hatásvonala is a csapok középpontját összekötő egyenes. Vizsgáljuk a dugattyú egyensúlyát. A dugattyúra ható $\vec{P}$ erő és $\vec{P}_{BA}$ iránya különböző, nincsenek egyensúlyban, ezért a dugattyúra még erőnek kell hatni. A dugattyú a hengerrel is kapcsolatban van, ennek felületén viszont a súrlódásmentesség miatt csak a felületre merőleges erő adódhat át. Jelöljük ezt $\vec{N}$ -el. A dugattyú egyensúlya miatt $\vec{P} + \vec{N} + \vec{P}_{BA} = 0$. Ezt a vektorháromszöget megtudjuk szerkeszteni, mert $\vec{P}$ ismert, $\vec{N}$ iránya és $\vec{P}_{AB}$ iránya ismert. A szerkesztés eredményét a 6. ábrán láthatjuk. Az N erő az, ami a dugattyút a henger középvonala mentén egyenes vonalú mozgásra kényszeríti. A megszerkesztett $\vec{P}_{BA}$ erő nagysága egyenlő $\vec{P}_{AB}$ nagyságával, ez egyenlő $\vec{P}_{CB}$ nagyságával, továbbá az egész erősorozaton keresztül $\vec{P}_{DE}$ nagyságával. $\vec{P}_{DE}$ hatásvonalát az előbbieken meghatároztuk, iránya a forgattyú forgási iránya alapján meghatározott. Ez volt az az erő, melynek meghatározását célul tűztük ki.

Más gépek erőviszonyait hasonló módszerekkel lehet vizsgálni.