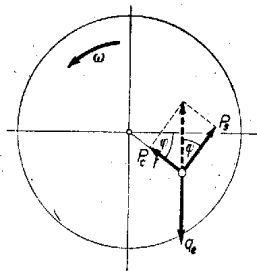


Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat minden év őszén versenyt rendez azok számára, akik abban az évben érettségiztek. A verseny ideje 5 óra és minden segédeszköz használható. Az 1959. évi Eötvös-verseny október 31-én folyt le. Ismertetjük a verseny feladatait és megoldásuk gondolatmenetét.

1. feladat: Vízrel telt nagy henger vízszintes helyzetű tengelye körül állandó szögsebességgel forog. A víz teljes mennyisége ugyanazzal a szögsebességgel mozog. A vízbe apró fémgolyót teszünk. A golyócska a víz forgása következtében nem süllyed a henger faláig, hanem a földhöz viszonyítva egyensúlyi helyzetben lebeg. Melyik körnegyedben helyezkedik el a fémgolyócska? (Megokolással). Állapítsuk meg pontosan a fémgolyócska helyét! (A közegellenállási erő dinben egyenesen arányos a golyó rádiuszával és a viszonylagos sebességgel, az arányossági szorzó $k = 0,2$, ha a sebességet cm/sec -ban, a golyó rádiuszát cm -ben mérjük.) Mi történik fagolyó esetében? Felvehető számértékek: golyó rádiusza 1 mm , fémgolyó esetében a sűrűség $1,7 \text{ g/cm}^3$ (magnézium), fagolyó esetében $0,3 \text{ g/cm}^3$, a szögsebesség $\omega = 10 \text{ sec}^{-1}$.

Megoldás: A ϱ rádiuszú, d_f sűrűségű, $V = 4,19 \varrho^3$ térfogatú, $q = 4,19 \varrho^3 d_f$ tömegű golyó helyzetét φ szög és r távolság határozza meg. A golyóra három erő hat.



1. ábra

a) A súlyerő, amely a súly és az Archimedes törvényéből következő felhajtóerő különbsége. Ha a folyadék sűrűsége d_0 , akkor ennek az erőnek a nagysága $q_e = 4,19 \varrho^3 (d_f - d_0)g$. Iránya fémgolyó esetében függőlegesen lefelé mutat.

b) A közegellenállási erő, amely arányos a víz $v = \omega r$ sebességével és az érintő irányában mutat; nagysága $P_s = k \varrho \omega r$. ($k = 0,2$ az arányossági szorzó.)

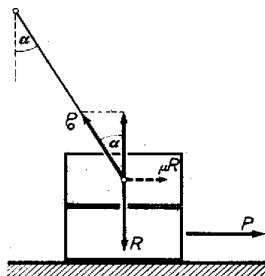
c) A golyó tömegére nem hat centrifugális erő, mert a golyó nem mozog. A centrifugális erő nem a viszonylagos sebesség következménye, hanem a Földhöz, (valamely tehetetlenségi rendszerhez képest) létező sebesség következménye. Ellenben centrifugális erő hat a vízre és ez az erő a víz minden részecskéjét kifelé viszi. Kifelé vinné azt a vizet is, amelynek helyét a golyó foglalja el. Ezért, úgy mint a hidrosztatikában a felhajtóerő, itt a golyót körülvevő víz centrifugális ereje következtében a golyóra egy erő hat, amely a rádiusz mentén befelé, a középpont felé akarja elmozdítani és amelynek nagysága akkora, mint amekkora centrifugális erő hatna egy vízből álló golyócskára:

$$P_c = 4,19 \varrho^3 d_0 \omega^2 r.$$

A golyó akkor van egyensúlyban, ha e három erő eredője nulla. Az ábrából látható, hogy $\tan \varphi = \frac{P_c}{P_s} = \frac{4,19 \varrho^3 d_0}{k \varrho} \cdot \omega = \frac{4,19 \varrho^2 d_0}{k} \cdot \omega$. Azonkívül $\cos \varphi = \frac{P_s}{q_e} = \frac{k \varrho \omega r}{4,19 \varrho^3 (d_f - d_0)g}$, innen $r = \frac{4,19 \varrho^2 (d_f - d_0)g \cos \varphi}{k \omega}$. Számadataink szerint $\varphi = 64^\circ 30'$ és $r = 6,185 \text{ cm}$. A fagolyó az átellenes körnegyedben foglalna el szimmetrikus helyet.

2. feladat: Vízszintes alapon egymáson fekszik két, egyenként 5 kilós téglá. A felső téglá, fedőlapjáról kiinduló fonállal egy állandó ponthoz van rögzítve. A fonál a függőlegessel 30° -os szöget zár be. A súrlódási együttható mindenütt $0,2$. Mekkora erővel lehet az alsó téglát vízszintesen elhúzni?

Megoldás: A köté a függőlegessel α szöget zár be. A fonálban ferdén felfelé P_0 erő húz, a felső téglá az alsót R erővel nyomja.



2. ábra

Ez a két mennyiség az ismeretlen. A két ismeretlen meghatározásához szükséges két egyenlet a függőleges és vízszintes erők egyenlőségéből adódik. Ha q a téglá súlya és μ a súrlódási együttható, akkor igaz, hogy P_0 vízszintes összetevője egyenlő a súrlódási erővel;

$$P_0 \sin \alpha = \mu R.$$

Másrészt a felső téglát az alsóhoz szorító erőt megkapjuk, ha a felső téglá súlyából levonjuk a P_0 fonálerő függőleges összetevőjét:

$$R = q - P_0 \cos \alpha.$$

Ennek az egyenletrendszernek a megoldása: (csak R -re van szükségünk)

$$R = \frac{q \sin \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}.$$

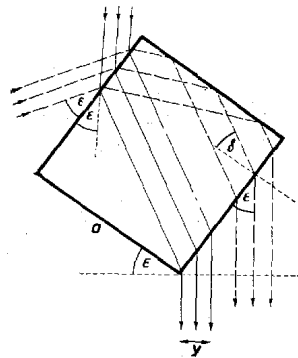
A leküzdendő súrlódási erő a húzott téglá felső oldalán μR , az alsó oldalán $\mu(q + R)$. Ezek összege a keresett teljes húzóerő:

$$P = \mu R + \mu(q + R) = \mu q \frac{\mu + 3 \operatorname{tg} \alpha}{\mu + \operatorname{tg} \alpha}.$$

Feladatunk számadataival $P = 2,486$ kgs.

3. feladat: Helyezzünk el tőlünk nagy távolságban egy üvegekockát. Nézzük a kockát az alaplap átlójának meghosszabbításából. Mit látunk a kocka belsejében? (Törésmutató 1,5) Mit látunk, ha a kockát az asztalon elforgatjuk?

Megoldás: Vizsgáljuk rögtön azt az esetet, amikor a kocka elhelyezése nem szimmetrikus, és jobboldali oldallapja ϵ szöget zár be a felénk vezető fénysugarak irányával.



3. ábra

A messziről való nézés azt jelenti, hogy csak a kockából párhuzamosan kilépő fénysugarak lényegesek. Megfordítjuk a sugármenetet és a mi oldalunkról küldünk párhuzamos sugárnyalábot a kockára és azt keressük ezek fenn milyen módon hagynák el a kockát.

A kocka jobb alsó lapjához vezető párhuzamos sugarak egy része úgy megy át a kockán, mint párhuzamos falú üveglemezen. Ennek a sugárnyalábnak a szélessége y . A kocka oldallapjának a hosszúsága két részből tevődik össze:

$$\frac{y}{\sin \epsilon} + a \operatorname{tg} \delta = a.$$

Itt δ az üvegben létrejövő törési szög. Egyenletünkéből $y = a \sin \epsilon (1 - \operatorname{tg} \delta)$. A töréstörvény szerint, ha n a törésmutató, $n = \frac{\cos \epsilon}{\sin \delta}$, ebből $\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \delta}{\sqrt{1 - \sin^2 \delta}} = \frac{\cos \epsilon}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \epsilon}}$, és számításunk eredménye

$$y = a \sin \epsilon \left(1 - \frac{\cos \epsilon}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \epsilon}} \right).$$

Az y szélességű nyalábtól kifelé fekvő sugarak teljes visszaverődést szenvednek és, amint az ábrából könnyen megállapítható, baloldalt a kocka lapjához ϵ , a felénk tartó párhuzamos sugarak irányához képest 2ϵ szöggel haladnak.

A bal alsó oldalon kilépő, a kockán mint párhuzamos falú üveglemezen átment sugárnyaláb szélessége hasonló számítás alapján $x = a \cos \epsilon \left(1 - \frac{\sin \epsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \epsilon}} \right)$. Az ennél kijebb haladó sugarak most is teljes visszaverődéssel kerültek be a kockába, ezek a felénk tartó sugárnyaláb irányához képest fordítva felmért 2ϵ szöggel haladnak.

Tehát a kockába nézve a felénk mutató függőleges él két oldalán a kocka mögötti részeket látjuk, de felcserélve. Az éltől távolabb fekvő sávokban az oldalt fekvő teret látjuk teljes visszaverődés révén, ugyancsak felcserélve az oldalakat.

Abban az esetben, ha $n \leq \sqrt{2} \cos \epsilon$, a jobb oldalon kilépő nyaláb prizmaszerűen halad át a kockán. Ha $\epsilon = 45^\circ$, a két oldalon látott képek szimmetrikusak.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat az I. díjat nem adta ki, II. díjat nyert megosztva *Tusnády Gábor* (a sátoraljaújhelyi gimnáziumban Molnár Károly tanítványa) és *Magos András* (a budapesti II. Rákóczi Ferenc gimnáziumban Lantosy Károly tanítványa). III. díjat nyert *Dániel Gábor* (a budapesti piarista gimnáziumban Varga László tanítványa). Dícséretet kaptak *Losonczi László* (a miskolci Gábor Áron kohászati technikumban Schumann Sándor tanítványa), *Szabó Gyula* (a debreceni Fazekas Mihály gimnáziumban Nagy László tanítványa) és *Tatai Péter* (a budapesti I. István gimnáziumban Soós Károly tanítványa).