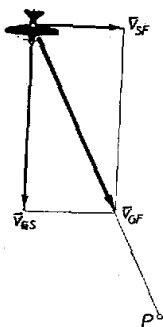


Gyakran szoktunk olyan kijelentést tenni, hogy egy mozgó pont, vagy test bizonyos sebességgel rendelkezik. Az ilyen kijelentésnek, ha szigorúan vesszük, mindig tartalmaznia kellene azt is, hogy mihez van viszonyítva az a sebesség, amivel az említett pont, illetve test rendelkezik; hiszen, ha jól meggondoljuk, nem lehet elképzelni olyan sebességet, amit ne valamihez viszonyítva mérnénk. (Természetesen a legtöbb esetben a rövidség kedvéért nem említjük meg, hogy mihez viszonyítottuk a szóbanforgó sebességet, mert az általában úgy is nyilvánvaló.) Az említettek után felvetődhet a következő kérdés: Ha ismerjük egy pontnak egy másik ponthoz viszonyított sebességét és ennek a pontnak egy harmadik ponthoz viszonyított sebességét, akkor hogyan lehet meghatározni az első pontnak a harmadik ponthoz viszonyított sebességét? Kérdésünkre a következő összefüggés ad feleletet: *Ha az A pontnak a B ponthoz viszonyított sebessége $\vec{v}_{AB}$ és a B pontnak a C ponthoz viszonyított sebessége $\vec{v}_{BC}$, továbbá az A pontnak a C ponthoz viszonyított sebessége $\vec{v}_{AC}$, akkor $\vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC} = \vec{v}_{AC}$, ahol az összeadási jel természetesen vektorösszegezésre utal.*

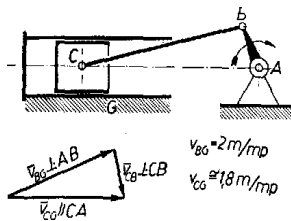
Az említett összefüggést lehet a következő egyszerűbb feladat megoldásánál alkalmazni: Egy repülőgép adott sebességű szélben repül. Motorjai a szél irányára merőleges irányban fejtik ki húzóerejüket. Mekkora sebességet kell a gépnek az áramló levegőhöz viszonyítva elérnie, ha állandó sebességgel repülve akar egy megadott pontot elérni? Legyen a szélnek a földhöz viszonyított sebessége $\vec{v}_{SF}$, a gépnek a szélhez (áramló levegőhöz) viszonyított sebessége $\vec{v}_{GS}$, a gépnek a földhöz viszonyított sebessége $\vec{v}_{GF}$, akkor az említett összefüggés szerint $\vec{v}_{GF} = \vec{v}_{GS} + \vec{v}_{SF}$. A fentiek szerint $\vec{v}_{SF}$ adott; $\vec{v}_{GS}$ iránya adott, a $\vec{v}_{SF}$ irányára merőleges irány; ha a gép a kijelölt pontot állandó sebességgel akarja elérni $\vec{v}_{GF}$ szintén adott irányú. A vektorösszegezési háromszögben adott, az említettek alapján egy oldal és a másik kettő iránya, tehát meghatározott a háromszög, így az oldalai is, ezáltal a $\vec{v}_{GS}$ nagysága is, amit kerestünk.



A következőkben az említett sebességösszegezési összefüggés segítségével néhány feladatot fogunk megoldani.

I.

A dugattyút a körülvevő henger a CA egyenesen kényszeríti mozogni. A dugattyú a CB „hajtókarral” hajtja az AB „forgattyút”. Az A , B , C pontok a csuklók középpontját jelölik, A pont rögzített.



2. ábra

A szerkezet lerajzolt állapotában a B pont $\vec{v}_{BG} = 2$ m/mp sebességgel mozog. (A B pont sebességét az álló G géphez viszonyítottuk.) Meghatározandó a $\vec{v}_{CG}$ sebesség.

Alkalmazható sebességösszegezési törvényünk: $\vec{v}_{CG} = \vec{v}_{CB} + \vec{v}_{BG}$. Nézzük, mit tudunk a három fenti vektorról! $\vec{v}_{BG}$ nagysága adott; $\vec{v}_{BG} = 2$ m/mp. $\vec{v}_{BG}$ iránya, mivel B pont az A pont körül körön mozog, merőleges a kör sugarára: $\vec{v}_{BG} \perp BA$, értelmét a forgásirány szabja meg. $\vec{v}_{CG}$ iránya adott, mert C csak a CA egyenesen mozoghat: $\vec{v}_{CG} \parallel CA$. $\vec{v}_{CB}$ iránya is adott. Ennek meghatározására gondoljuk meg újból, hogy mit is jelent a B ponthoz viszonyított sebesség. Rögzítsük magunkat képzeletben a B ponthoz. Mit tapasztalunk? Az A pont B körül egy körön szalad körbe-körbe, mivel a mozgás során az AB távolság nem változik. A C pont hasonló okból a B körül egy köríven mozog. A körön mozgó pont sebessége merőleges a sugarra, tehát $\vec{v}_{CB} \perp CB$. Ezekből az adatokból a sebességek vektorháromszöge megszerkeszthető, ismerjük ugyanis a háromszög egyik oldalát és a másik két oldal irányát. A megszerkesztett háromszögből $\vec{v}_{CG}$ -t lemérhetjük, vagy a szerkezet adatai alapján kiszámíthatjuk.

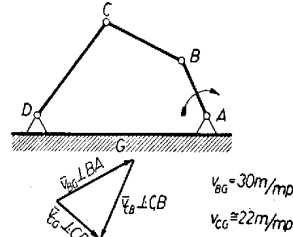
Megjegyezzük, hogy példánkban a két leggyakrabban előforduló kényszer szerepel. A „csukló”, mely a hozzácsatlakozó tagot önmaga körüli körmozgásra kényszeríti. A „csúszka” (egyenesbevezető), mely két „tagot” egymáshoz viszonyított egyenesvonalú mozgásra kényszerít. A „csúszkát” esetünkben a dugattyú jelenti. Természetesen a „csúszkát” technikailag nagyon sokféle módon lehet megvalósítani, például egy pálcára helyezett cső darabbal is.

Példánkból még egy figyelemreméltó következtetést vonhatunk le. Láthatjuk, hogy a forgattyú B pontjának pillanatnyi sebessége megszabja a dugattyú (C pont) sebességét. Sokan azt gondolják, hogy a dugattyú mozgását a

hengerben levő gőz feszítőereje, vagy a robbanási folyamat szabja meg, hiszen ez hajtja a gépet. Ez tévedés. Gondoljunk egy egyenletes sebességgel szaladó gépkocsira. Kerekei és az áttételen keresztül a főtengely egyenletesen forog, így B pont egyenletes körmozgást végez. B pont sebességéből pedig, bármely pillanatban, a fenti szerkesztéssel megkapjuk a dugattyú sebességét. A dugattyú mozgását tehát függetlenül a hengerben lejátszódó folyamattól a gépkocsi mozgása szabja meg. Ezzel szemben a hajtórúdra átadódó hajtóerőt valóban az égés és a gázok nyomása határozza meg.

II.

Az ábrán rajzolt rudak csuklósan csatlakoznak egymáshoz. A és D csukló rögzített. B pont sebessége adott: $v_{BG} = 30 \text{ m/mp}$. Meghatározandó a C pont sebessége.

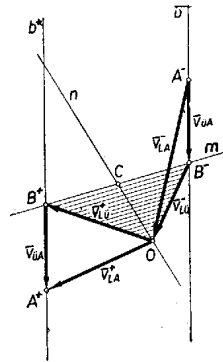


3. ábra

Az előző példához teljesen hasonlóan a sebességösszegezési összefüggés alkalmazásával adódik, hogy $\vec{v}_{CG} = \vec{v}_{CB} + \vec{v}_{BG}$; továbbá $\vec{v}_{BG} \perp BA$ és $\vec{v}_{CB} \perp CB$. Eltérést csupán az jelent, hogy most $\vec{v}_{CG}$ irányát abból határozhatjuk meg, hogy C a D pont körül köríven mozog, tehát $\vec{v}_{CG} \perp CD$. Ezek az adatok elegendők a három szög megszerkesztésére.

III.

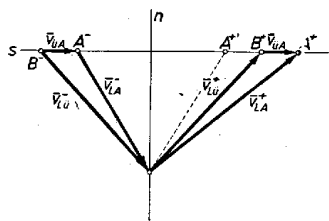
Egy ping-pong játékos partnerének egy labdáját visszaüti. Ismert a labdának az ütőhöz érése előtti sebessége és a visszapattanás utáni sebessége, tudjuk azt is, hogy a játékos az ütőt az ütés pillanatában milyen irányban mozgatta; feltételezve, hogy az ütő és a labda ütközése rugalmas, meghatározandó, hogy mekkora sebességgel mozgatta a játékos az ütőt az ütés pillanatában.



4. ábra

Legyen a labdának az ütőhöz viszonyított sebessége az ütközés előtt $\vec{v}_{L\bar{U}}$ ütközés után pedig $\vec{v}_{L\bar{U}}^+$, legyen a labdának az asztalhoz viszonyított sebessége ütés előtt $\vec{v}_{LA}^-$, ütés után pedig $\vec{v}_{LA}^+$; ha a játékos az ütőt az ütés pillanatában $\vec{v}_{\bar{U}A}$ sebességgel mozgatta akkor a bevezetőben említett sebességösszegezési összefüggés szerint $\vec{v}_{LA}^- = \vec{v}_{L\bar{U}}^- + \vec{v}_{\bar{U}A}$ és $\vec{v}_{LA}^+ = \vec{v}_{L\bar{U}}^+ + \vec{v}_{\bar{U}A}$. Mivel az ütközés rugalmas $\vec{v}_{L\bar{U}}^-$ és $\vec{v}_{L\bar{U}}^+$ az ütőre az ütközés pontjában emelt n merőlegessel egy síkban vannak és azzal egyenlő szöveget zárnak be. A fentiek szerint adott $\vec{v}_{LA}^-$, $\vec{v}_{LA}^+$ és $\vec{v}_{\bar{U}A}$ iránya, meg kell határozni $\vec{v}_{\bar{U}A}$ nagyságát. Tekintsünk most az ábrára, mely az említett vektorok térbeli elhelyezkedését szemlélteti. Tekintve, hogy az A^- , A^+ , B^- , B^+ pontok egy síkban vannak két eset lehetséges: 1. az említett pontok egy α síkot határoznak meg; 2. az említett pontok egy s egyenesen vannak.

1. Az A^-A^+ szakasz felezéspontja C az α sík és az n egyenes metszéspontja. A B^+ és B^- pontok a C pontban az n -re merőlegesen emelt β síkban vannak. Legyen b^- az A^- és B^- pontok, b^+ pedig az A^+ és B^+ pontok összekötő egyenese.



5. ábra

a. n nem merőleges b^- -ra és b^+ -ra; ebben az esetben az α és β síkok m metszésvonala kimetszi a b^- és b^+ egyenesekből a B^- és B^+ pontokat, tehát egyetlen megoldás van.

b. $n \perp b^-, b^+$, de n nem merőleges α -ra; ebben az esetben m és b^-, b^+ párhuzamosak, nincs megoldás.

c. $n \perp \alpha$; ebben az esetben végtelen sok megoldás van.

2. Nem nehéz belátni, hogy ebben az esetben az n és s egyenesek merőlegesek egymásra és, ha $A^{+'}$ az A^+ -nak az n -re való tükrözésekor keletkezik, akkor $A^{+'}A^+ = 2\vec{v_{UA}}$. (5. ábra).

Megjegyezzük, hogy az 1. c. és 2. esetek azok, mikor az ún. „nyesett labdák” keletkeznek, természetesen az ilyen labdák különleges mozgása nem magyarázható az itt elmondottakkal, hanem lényegében a labda forgó mozgásának a következménye és így magyarázatánál további tényezőkkel (a labda kiterjedt volta, a labda és az ütő közötti súrlódás, légellenállás) kellene számolni.