

A matematika tanításában – akár az általános iskolára, akár a középiskolára gondolunk – a legutóbbi időkben igen fontos szerepet kapott a geometria. Az általános iskola felső osztályaiban külön tantárgy lett a mértan. A gimnáziumokban a matematika megnövekedett óraszámán belül is sokkal nagyobb súllyal szerepel a geometria, mint a múltban. Ez nemcsak a tantervben és a tankönyvekben jut kifejezésre, hanem a tanításban is. Az 1951 szeptemberében tartott Országos Matematikai Konferencia határozatai joggal állapítják meg, hogy az utóbbi időkben „figyelemreméltó javulás észlelhető a geometria középiskolai tanításában.”

Érthető, ha a magyar tanárok és diákok, amikor a szovjet matematikatanítással ismerkedni kezdenek, különös érdeklődéssel fordulnak a geometria felé: hogyan tanítják, hogyan tanulják ezt a tárgyat abban az országban, amely Lobacsevszkijt adta a világnak?

A szovjet tankönyveket és módszertani munkákat, amelyekből meg lehet tudni, hogy mit és hogyan tanítanak a Szovjetunióban, ma még a diákok és tanárok számára viszonyítva elég kevesen ismerik. Ez érthető is, hiszen az oroszul olvasók száma, bár évről évre nő, még mindig elég kicsi, magyar nyelven pedig egy módszertani mű 95 oldalas fejezetén (Bragyisz: A középiskolai matematikatanítás módszertana, 361–455. oldal) és egy-két elszórtan megjelent cikkén kívül semmi sem olvasható a szovjet geometriatanításról. Ennek a hiánynak a megszüntetése érdekében egy ilyen rövid cikk nem sokat tehet. Szükség volna a szovjet geometriatankönyvek, módszertani könyvek és a folyóiratokban (különösen a Matyematyika v skole-ben) erről a tárgyról megjelent cikkek ismertetésére; de még nagyobb szükség volna arra, hogy ezeket a könyveket és cikkeket minél többen eredetiben is megismerjék. Az előbbire remélhetőleg rövidesen sor kerül a különböző didaktikai irányú könyvek és folyóiratok hasábjain; az utóbbit azzal szeretnénk megkönnyíteni, hogy megadjuk cikkünk végén a Magyarországra eljutott idevágó könyveknek és cikkeknek, ha nem is teljes, de elég részletes jegyzékét.

II.

Mielőtt vázlatosan összefoglaljuk a szovjet geometriatanítás jellegzetességeit, felhívjuk olvasóink figyelmét arra, hogy a magyar geometriatanítással való összehasonlításban legyenek óvatosságot. Hiba volna, ha kritika nélkül átvinnénk azt, amire nálunk még nem alkalmasak a feltételek. De épp olyan hiba volna, ha a szovjet és magyar geometriatanításnak csak az eltérő vonásait látnánk meg, ha nem vennénk észre azokat az alapelveket, amelyeket már most átvehetünk és alkalmazhatunk. Ne felejtjük el, hogy a geometria (és általában a matematika) tanítása nemcsak nálunk, hanem a Szovjetunióban is gyors fejlődésben és átalakulásban van. Erről tanúskodik az idézett cikkek egynémelyike, a sűrű egymásutánban megjelenő könyvek és a könyvekről írott bírálatok (pl. 18, 19, 29, 41; 31, 40, 49) ¹. Ha a szovjet tapasztalatokat alkalmazni akarjuk, akkor a szovjet geometriatanítást fejlődésében kell néznünk. Erre a fejlődésre pedig igen jellemző egyrészt a törhetetlen ragaszkodás a haladó hagyományokhoz, bizalmatlanság a mindenáron való újtókkal szemben, másrészt kíméletlen harc a régi rossz ellen, merész újítás ott, ahol a gyakorlati tapasztalatok erre feljogosítanak.

III.

Milyen a szovjet geometriatanítás rendszere?

A szovjet középiskola alaptípusa, mint tudjuk, a tízosztályos iskola. Ez az iskolatípus teljesen egységes; a matematika jól átgondolt elosztásban, egyenletesen épül fel benne az első osztálytól a tizedikig. Óraszámuk 6 és 7 között váltakozik: tíz éven keresztül minden nap van legalább egy matematika óra, de néha kettő is. A matematikán belül négy órarendszerűen elkülönített tantárgy van: a számtan, az algebra, a geometria és a trigonometria. A geometria, mint külön tantárgy, a VI. osztályban kezdődik; az alsó öt osztályban a számtan keretében tanítanak ú. n. szemléletes geometriát. A geometria óraszámuk a felső öt osztályban:

VI	VII	VIII	IX	X
2	2,5	2,5	2,25	1,5

(A törtszámok azt jelentik, hogy két vagy három negyedéven át alacsonyabb az óraszám, pl. 2, az év többi részében magasabb, pl. 3.)

A geometriának ez a VI–X. osztályra eső része az ú. n. „rendszeres fok” (szisztyematyicseskij kursz), amelyet az I–V. (különösen a IV. és V.) osztályban tanított „szemléletes geometria” készít elő (nagljadnaja geometrija – propogyevtyicseskij kursz). ²

Mit jelent a szemléletes és a rendszeres geometriának ez a megkülönböztetése? Semmi esetre sem jelenti azt, hogy a geometria rendszeres része nem lehet szemléletes, és még kevésbé azt, hogy a szemléletes geometria tanítása nem lehet rendszeres. A szovjet nevelők a geometria tanításában szem előtt tartják Lenin szavait: „A szemlélettől az elvont gondolathoz és innen a gyakorlathoz vezet az igazság, az objektív valóság megismerésének dialektikus útja”. A megismerésnek ezt a dialektikus útját járják az I. osztályosoktól kezdve, mint a VI., vagy X. osztályosok.

¹ A Bolyai János Matematikai Társulat által a Szovjet Barátsági Hónap keretében rendezett hasonló tárgyú előadások anyaga.

² A zárójelben álló számok itt is később is a cikk végén található irodalomra vonatkoznak.

³ A szovjet pedagógusok egy része korainak tartja a *rendszeres fok*nak a VI. osztályban való elkezdését. Vannak, akik a szemléletes geometria határát ki szeretnék tolni a VII. osztály végéig azzal, hogy az V., VI. és VII. osztályban már fokozatosan elő kell készíteni a rendszeres fokot, eleinte kevesebb, majd mind több bizonyítással. Mások a VI. osztály közepére javasolják a rendszeres fok elkezdését. Mindnyáján megegyeznek abban, hogy a szemléletes geometriát meg kell erősíteni. (Lásd a 18. és 19. alatt idézett cikkeket.)

IV.

Természetes, hogy ezen az alapelven belül életkorok szerint óriási különbségek vannak.

Az alsó osztályokban főleg a szemlélet megerősítése, minél nagyobb szemléleti anyag felhalmozása a cél. Ezt első sorban a környező világból veszik. A tanteremben, otthon, a szabadban, vagy a különböző munkahelyeken található tárgyakon geometriai tulajdonságokat vesznek észre, a tárgyakon keresztül megismerik az alapvető geometriai alakzatokat (kör, téglalap, henger, téglatest, stb.). Az alakzatok közelebbi megismerésére szolgálnak a tanulók készített modellek és ábrák. Már a szemléletes fokon megismerkednek a tanulók nemcsak a legfontosabb geometriai fogalmak, alakzatok nevével, hanem rendszerezésükkel is (pl. derékszögű, hegyesszögű, tompaszögű háromszög; egyenlő oldalú, egyenlő szárú, általános háromszög). Megismerik és a gyakorlatban alkalmazzák a legegyszerűbb terület- és térfogat-számítási eljárásokat is. A szemléleti anyag felhalmozódása fokozatosan vezet át a rendszerezés fokára. Természetesen az olyan egyszerű dolgok, mint háromszögek rendszerezése oldalaik vagy szögeik szerint, a négyszögek rendszerezése stb., még nem jelentik a geometria rendszeres fokának kezdetét; de már annak előkészítéséül szolgálnak, fejlesztik az elvont gondolkodást. Így jutnak el a szovjet iskolások a megismerés dialektikus útjának első lépcsőfokáról a másodikra.

Hát a harmadik lépcsőfok megvan-e a geometria előkészítő részében? Eljut-e a szemléletes geometriatanítás a gyakorlattal való kapcsolatig? Csak meg kell néznünk az alsóosztályos tankönyveket, és máris látjuk, mennyire gyakorlati irányú ez a geometriatanítás. A negyedik osztályos számtankönyvben például (2) a 94. lapon látunk egy képet; a képen gyerekek derékszögű (dioptra) segítségével kitűzik egy téglalapalakú földterület csúcsait. Sok ilyen mérést, megadott területű földdarabok kijelölését stb. ír elő a IV. osztályos tanterv. Így talál a geometria már a legelemibb fokon is gyakorlati alkalmazást. A téglalap a IV. osztályosok számára nem marad csupán némely használati tárgy jellegzetes alakja (első lépcsőfok, szemlélet), de nem is csak egy bizonyos fajta geometriai idom (második lépcsőfok, elvont fogalom) ez a geometriai fogalom elkezd a gyakorlat céljait szolgálni, visszahat a valóságra.

V.

A szemléleti anyag felhalmozódásával mind nagyobb és nagyobb lesz az igény a rendszerezésre. Helyes tanítás mellett ez a szemléleti anyag nem csupán „szemlélődésből” adódik, hanem modellezésből, geometriai kísérletekből, mérések tényleges elvégzéséből, körzővel, vonalzóval való alapszerkesztésekből is. Az a sok tény, amit így megismernek a gyerekek, a rendszerezésnek, a logikai kötöttségnek mind magasabb fokát követeli meg. Már nem elégíti ki őket az, hogy egy összefüggést felismernek és minden esetben tapasztalják is (pl. azt, hogy a kör kerületére hatszor lehet felmérni a sugarat), hanem meg akarják érteni, hogy ennek miért kell *sükségképpen* így lennie. Ekkor már logikai úton vissza lehet vezetni egyes tények igazságát már ismert tényekre, ezeket megint másokra, még szemléletesebbekre. Pl. azt, hogy a sugarat hatszor lehet felmérni a kör kerületére, visszavezetjük arra, hogy az így keletkezett egyenlő oldalú háromszögek egy-egy szöge hatvan fok, márpedig ebből hat fér el a háromszázhatvan fokos teljes szögben; ezt megint visszavezetjük arra, hogy a háromszög szögeinek összege 180° ; ezt pedig egy olyan tényre alapozzuk, amelyet már semmiféle egyszerűbb igazságra nem tudunk visszavezetni – tudniillik a párhuzamosok axiómájára.

Ilyenféleképpen nyílik meg a lehetőség arra, hogy a gyerekek megismerjék a *geometriát mint tudományt*.

Ennek a dialektikus útnak a végigjárása nem mindenütt olyan természetes követelmény, mint a szovjet iskolákban. A burzsoá iskolákban például igen különböző, ezzel ellentétes módszerek vannak.

Egyik oldalról áll a merev, dogmatikus, axiomatikus geometriatanítás. Jellemző példái ennek azok a nyugati iskolák, ahol a geometriát Euklides rendszere szerint tanítják. Ez a fajta matematikatanítás nem törődik a tanulók fejlődésével, igényeivel, hanem egyszerre akar rájuk kényszeríteni egy tőlük idegen tudományos álláspontot. Ennek nyomaait őrizte a mi régi, száraz, formalista matematikatanításunk is.

A másik véglet, a geometriatanítás practicista irányzata, szintén a burzsoá államokból indult el. Eszerint a matematikatanításnak csak gyakorlati célokat kell szolgálnia, el kell tehát vetni az iskolákban minden tudományos rendszert, az egész logikai felépítményt, és csak azt kell tanítani, aminek a gyakorlatban közvetlen haszna van. Ez a tudományellenes álláspont sokak előtt igen tetszetős lehet, valójában azonban a matematikatanítás nagy színvonalasodásához vezetett mindenütt, ahol lábrakapott.

A szovjet nevelés az utóbbi practicista irányt éppúgy elveti, mint az előbbi formalista irányt. A geometriát *tudományos felépítésben adja*. Ebben a tekintetben a Szovjetunió Kommunista (bolsevik) Pártjának 1931. november 5-én hozott határozata mutatott irányt. („Az alapfokú és középiskolákról.”) Ez a határozat véget vetett a Szovjetunióban egyidőben dívott practicista – formabontó pedagógiai irányzatoknak, és kimondta, hogy az iskolában „a tudományok alapjait kell tanítani, nem pedig szurrogátumaikat”. Ez a tudomány azonban nem öncélú, hanem – a már idézett lenini elv értelmében – a gyakorlatot szolgálja. A gyakorlatot, a szónak nem leszűkített, hanem legtágabb perspektívájú értelmében.

VI.

Nézzük meg tüzetesebben, mit jelentenek ezek az alapelvek a geometriatanítás magasabb fokán, a *rendszeres fokon*.

Nyissuk ki pl. Kiszeljov Geometriájának I. kötetét. Ezt a könyvet, melynek eredetije több, mint negyven évvel ezelőtt készült, 1938-ban dolgozta át Glagolev (aki egyébként maga is írt egy nagy becsben tartott geometria-tankönyvet). Ezt a Glagolev-féle átdolgozást használják ma a szovjet középiskolákban. Az első, ami meglep bennünket, a könyv tömörsége. Ezt az alig 160 oldalas könyvet tanulják a szovjet diákok a VI., VII., VIII. osztályban és a IX. osztály első

negyedében. (Megjegyezzük, hogy bár a könyvben magában is van közel 400 megoldásra kitűzött példa, mégis van hozzá egy külön példatár, a Ribkin-féle, 110 oldal, kb. 1000 feladat.)

A második meglepetés akkor ér bennünket, ha kinyitjuk a könyvet, és elkezdjük lapozni: az első 16 oldal után (egyenes, egyenesszakasz, kör, körív és szögek fajtái, néhány egyszerű bizonyítás) váratlanul egy ilyen fejezetcímre akadunk: Matyematyicseszkiye predlozsenijija („Matematikai állítások”). Alcímei: *Definíciók. Axiómák. Tételek. Következmények. Tételek szerkezete (feltételek, következmény). Tételek megfordítása; egy tétel tagadása, a megfordított tétel tagadása.* Példákat találunk arra, hogy milyen logikai összefüggések vannak egyes állítások között. Konkrét példákon megmagyarázza a könyv, hogy ez az állítás:

„ha A , akkor B ”,

ugyanazt jelenti, mint:

„ha B nem, akkor A sem”.

Ez a rövid kis fejezet már támaszkodik a könyv első 16 oldalára (és természetesen az előző években felgyűlt bőséges szemléleti anyagra és a már kristályosodni kezdő logikai szerkezetre is) – tehát semmiképpen sem levegőben lógó üres szkéma. Mindegyik matematikai alapfogalmat példákkal illusztrálja. Ugyanakkor azonban olyan elvont fogalmakat tisztáz, amelyeknek a tanulók később a geometriai tételek megértésében igen jó hasznát veszik.

A későbbiekben azután a matematikai alapfogalmakat már állandóan használja a könyv. Világosan elválasztja például az olyan állításokat, amelyek egy fogalmat *definiálnak*, a *tételektől*, amely utóbbiakat logikai úton következtetjük ki más állításokból. Ez a megkülönböztetés kezdetben nem megy egészen könnyen a tanulóknak (a tanterv is utal arra, hogy ezeket a VI. osztály folyamán fokozatosan, a szükséghez képest kell tisztázni, tehát nem feltétlenül együtt, mint ahogy a könyvben a világosabb rendszer kedvéért találhatók). A tudatosítást nagyon megkönnyíti az, hogy a könyvben az egyes állítások előtt ott szerepel, nyomdatechnikailag is kiemelve, hogy *D e f i n í c i ó, T é t e l*, stb. Pl. a 39. oldalon:

D e f i n í c i ó. Két egyenest párhuzamosnak nevezünk, ha egy síkban vannak, és bármennyire meghosszabbítjuk is őket, nem metszik egymást.

Ha a könyv nem szögezné le pontosan, hogy mit értünk párhuzamos egyeneseken, akkor bizonyosan lennének tanulók, akik számára „párhuzamos” azt jelentené: „egymástól mindenütt egyenlő távollevő”. Ezek a tanulók a későbbi bizonyításokat nem értenék. – Hasonlóan fontosnak tartja a könyv annak a tisztázását is, hogy paralelogrammán olyan négyszöget értünk, amelynek szemközti oldalai párhuzamosak. Az, hogy ezek az oldalak egyenlők is, már tétel, amelyet a könyv a 48. oldalon valóban be is bizonyít.

A 40. oldalon megtaláljuk a párhuzamosok híres axiómáját: „Adott egyeneshez adott ponton át nem húzhatunk két különböző párhuzamost”. A könyv megmagyarázza, miért nevezzük ezt axiómának, majd az axióma alapján bebizonyít két egyszerű tételt.

Nehogy azt higgyük a mondottak alapján, hogy Kiszjeljov könyve axiómatikus álláspontra helyezkedik, hogy a szemlélettől elszakad. A második kötet végén hét apróbetűs oldalon összefoglalva megtaláljuk ugyan a geometria Euklides-féle és Hilbert-féle axiómarendszerét, ez azonban nem tananyag, hanem csupán olvasmány az érdeklődő diákok számára. A könyv maga szemléleti kiindulású – hiszen elsőrendű célja nem az, hogy felépítsen egy kristálytisza tudományos rendszert, hanem az, hogy eljuttassa a tanulókat a matematikai fogalomalkotás alacsonyabb fokáról egy magasabb fokra. Ezért enged meg olyan tudományosan kifogásolható, de a tanulók szempontjából nagyon is indokolt szemléletes kifejezéseket, mint a példaként felhozott definícióban ez a kitétel: „... bármennyire meghosszabbítjuk is őket ...” Persze, akiben kialakult a végtelen egyenes fogalma, annak már nem kell (és nem is lehet) egy egyenest meghosszabbítani. A könyv azonban tekintettel van arra, hogy 13–14 éves gyerekekről van szó, akik tapadnak a közvetlen szemlélethez, a rajzhoz, ott pedig az „egyenes” véges, és korlátlanul meg kell hosszabbítani, hogy a párhuzamosság megállapításához szükséges matematikai absztrakciót, a végtelen egyenest kapjuk.

A definíciók, axiómák, tételek kiemelése, a tételekben a feltételek és a következmény megkülönböztetése nem teszi tehát Kiszjeljov geometriakönyvét sem axiómatikussá, még kevésbé formalistává; ebben egyszerűen az jut kifejezésre, hogy a könyv nagy súlyt helyez a különböző matematikai állítások világos elhatárolására, a logikai szerkezet kidomborítására.

Kiszjeljov (és más tankönyvírók, pl. Glagolev) talán nem értenek egyet azzal az elvvel, hogy a logikai készség, a bizonyítás iránti igénynek meg kell érnie a tanulóknak? Hogy addig nem szabad semmit sem bizonyítani, amíg a tanulók nem érzik a bizonyítás szükségességét? De egyet értenek ezzel; legfeljebb egy kicsit másképpen alkalmazzák: „a bizonyítás iránti igényt meg kell érlelni a tanulóknak.” „Perva gye laty nyejasz nim, a poszle jazs nim” („először tegyük homályossá, azután pedig világossá”) – mondják; vagyis előbb értessük meg, miért nem magától értetődő egy állítás, azután bizonyítsuk be.

A bizonyítás szükségességének persze *valóban meg kell érnie*, különben a tanítás formálissá válik. Meg kell tehát vizsgálni, hogy mik az alapvető bajok a bizonyítások tanulása körül. Miért van az, hogy a szerkesztéseket elég jól értik a diákok, a számítások körül sincs semmi nagy baj, csak éppen a bizonyítások iránt érez a legtöbb diák rendkívüli ellenszenvet. Ezt az ellenszenvet így szokták kifejezésre juttatni a diákok: „Minden lépést nagyszerűen értek, – csak az egészet nem értem. Én magam ugyan sohasem jöttem volna rá”.

Éppen itt van a baj, és erre figyeltek fel a szovjet pedagógusok. Miért idegenek a bizonyítások a diákok számára? Azért, mert nem aktív részesei a bizonyításoknak, mert mindig csak mások bizonyításait kell nekik „átrágni”. Ugyan mi volna, ha a diákok például nem kapnának önálló szerkesztési feladatokat, hanem mindig csak kész receptek alapján

kellene ismételtetniük mások által kidolgozott szerkesztéseket? Természetes, hogy így sohasem értenék meg a szerkesztések lényegét, problematikáját. Ugyanez a helyzet a bizonyításokkal is. A bizonyítások holt, befűlő anyag maradnak, amíg a diákok egyszerű tételeket önállóan be nem bizonyítanak. Ha egyszerűbb tételek bizonyításában gyakorlatot szereztek, akkor a könyvben lévő bonyolultabb bizonyításokra is más szemmel fognak nézni, és nem lesz az az érzésük, hogy „ők erre sohasem jöttek volna rá”. Ekkor azután lassanként az a szó is, hogy „tétel”, egy kicsit lejjebb száll azokból az olimposzi magasságokból, ahol a legtöbb diák szemében van.

A bizonyítási feladatokat – amelyekhez hasonlóak a mi új gimnáziumi tankönyveinkben is szép számmal szerepelnek – a szovjet geometria könyvek az anyagnak szinte minden részében alkalmazzák. Ezekben a könyvekben a legegyszerűbbekkel kezdődő és fokozatosan nehezedő bizonyításoknak olyan rendszerét találjuk, amely minden diákot képessé tesz arra, hogy a bizonyításokba fokozatosan „belejöjjen”.

VII.

A mondottak alapján talán úgy képzelem az olvasó, hogy a szovjet geometriaórákon kis bölcsek ülnek karbatett kézzel, és logikai gyakorlatokat végeznek. A megismerés dialektikus útja, amint láttuk, a szemlélettől és a közvetlen tapasztalástól elindulva elég messzire jut az elvont matematikai fogalmak terén; vajjon nem szakad-e el közben a gyakorlati tevékenységtől? A szerkesztéseken alapuló geometriatanításnak nálunk oly jól bevált módszerét például alkalmazzák-e a szovjet iskolákban? Nézzük csak meg Kiszjelov könyvét. A könyvben található feladatoknak több mint a fele (200-on felül) szerkesztési feladat; (bizonyítási feladat kb. 100 van a könyvben). Maga ez a tény, de a módszertani cikkek is (pl. 26., 44.) arról tanúskodnak, hogy a szovjet iskolákban igen nagy figyelmet fordítanak a szerkesztési feladatokra. Érthető is: hiszen ez a módszer problémákon keresztül vezet el a geometria elméleti kérdéseire és ugyanakkor a szerkesztések technikai kivitele útján értékes gyakorlati készségeket is ad a tanulóknak.

Ebben azonban még nem merül ki a gyakorlattal való kapcsolat. Lapozzunk bele Ribkin geometriai feladatgyűjteményébe (4., I. kötet). Mindjárt az első oldalon egy gépalkatrész rajzát látjuk – meg kell állapítani a méreteit. Tovább lapozva ilyeneket találunk: hozzá nem férhető távolságok meghatározása (9–10. old.), a Szovjetunió egyes vidékein szokásos háztetők tervrajza (13. old.), magasságmérés hasonló háromszögek segítségével (14. old.), látószög alapján távolság kiszámítása ha ismerjük a távoli tárgy méreteit, vagy a tárgy méreteinek megállapítása, ha ismerjük a távolságot (44. oldal) stb.

Nem a gyakorlati feladatok nagy száma tűnik fel, hanem a feladatok valóban gyakorlati jellege: valóságos adatok, a technikában ténylegesen szereplő formák, a gyakorlatban használható mérési eljárások. Általában azt látjuk: minden gyakorlati alkalmazás azonnal megjelenik, mihelyt az elméleti anyag lehetővé teszi a tárgyalását. Ott érezni emögött a gyakorlat embereinek sürgető követelését: a szovjet technikusok, mezőgazdák éppúgy, mint a szovjet katonák elvárják a geometriatanítástól, hogy tudományos alapon megvilágítsa és emellett bőven gyakoroltassa is az olyan egyszerű, de igen fontos gyakorlati eljárásokat, mint az említett hozzá nem férhető távolságok mérése, vagy pedig a méretek, illetve távolságok meghatározása látószög alapján. Nem a tudomány akar tehát saját tételeinek megvilágítása céljából gyakorlati példákat adni, hanem ellenkezőleg, a gyakorlat kívánja meg az elmélet támogatását, és segít egyben az elméletet is érdekessé tenni, továbbvinni.

A tanterv pontosan előírja, hogy milyen gyakorlati tevékenységeket kell elvégezni a geometria tanításán belül. Nagy szerepet játszanak itt a terepen való mérések, távolságok és szögek kitűzése, becslések és ezek utólagos ellenőrzése mérésekkel. (A VIII. osztályban pl. mérőasztallal dolgoznak a terepen, a IX. és X. osztályban a trigonometriai tételek segítségével végeznek harcászati szempontból is fontos méréseket.)

Összefoglalva: a szovjet diákok a geometria tanulásában magas elméleti színvonalat érnek el, de az elmélet, amelyet tanulnak, állandó kapcsolatban van a gyakorlattal. Az elvont elméleti fogalmak nem egyszerre törnek rájuk, hanem fokozatosan érlelődnek meg a szemléletes geometria gazdag tapasztalati anyagának felgyülemelése közben. A nagy óraszám, a tervszerű munka, a szerkesztési, bizonyítási és számítási feladatok arányos eloszlása, az elméleti tudás állandó gyakorlati alkalmazása – mindez azt eredményezi, hogy a szovjet diákok valóban megértik és szeretik a geometriát. Tegyük hozzá még, ami a mi számunkra a legtanulságosabb: ezzel a módszerrel el lehet érni, hogy ne csak egyes, matematikai érdeklődésű diákok, hanem minden diák biztos ismereteket szerezzen a geometriából.

Varga Tamás

IRODALOM:

A) Középiskolai tankönyvek, feladatgyűjtemények, segédkönyvek:

¹ A. P. KISZELJOV: Geometria, I. (Síkgeometria), II. (Térgeometria, tízosztályos iskolák VI–IX. és IX–X. osztálya számára). (H,¹ I. kötet 4,50 Ft, II. kötet 3 Ft.)

² N. A. GLAGOLEV: Elemi geometria, I. (Síkgeometria), II. (Térgeometria). Tízosztályos iskolák VI–IX. és IX–X. osztálya számára (Sz).

³ N. N. NYIKITYIN stb.: Számítási feladatok és gyakorlatok gyűjteménye általános iskolák IV. osztálya számára. Geometriai rész: 77–103. oldal (H, 3 Ft).

¹ A zárójelben álló betűk magyarázata:

H = Kapható a Horizont üzleteiben.

K = Könyvtári forgalomban ezidőszere nem kapható, de közkönyvtárakban megtalálható (pl. a K. M. könyvtárban, Szalai u. 10–14. sz.).

Sz = A cikk szerzőjének tulajdonában van, az érdeklődőknek rendelkezésére áll.

- ⁴ N. RIBKIN: Geometriai feladatgyűjtemény. I. (Síkgeometria), II. (Térgeometria) (H, I. k. 3,50 Ft, II. k. 3,50 Ft).
⁵ V. A. JEFREMOV: Geometriai feladatgyűjtemény tanítóképzők számára (H, 2,40 Ft).
⁶ V. A. IGNATYEV stb.: Szóbeli megoldásra szánt feladatok és gyakorlatok gyűjteménye. Segédkönyv középiskolai tanárok számára. Geometriai rész: 145-181. oldal (K).
⁷ I. I. ALEKSZANDROV: Geometriai szerkesztési feladatok gyűjteménye. Segédkönyv középiskolai tanárok számára (H, 4,80 Ft).
⁸ J. V. MISZJURKEJEV: Geometriai szerkesztések. Segédkönyv tanárok számára (H, 4,80 Ft).
⁹ L. M. LOPOVOK: Térgeometriai szerkesztési feladatok gyűjteménye. Segédkönyv középiskolai tanárok számára (H, 1,80 Ft).
¹⁰ V. GYELONYE – O. ZSITOMIRSZKIJ: Geometriai feladatgyűjtemény (H, 14 Ft).
¹¹ P. Sz. MOGYENOV: Matematikai feladatgyűjtemény (H, 6 Ft). (A két utóbbi feladatgyűjtemény középiskolai végzettséget tételez fel.)

B) Tanárképzésre, illetve tanárok továbbképzésére szolgáló könyvek:

- ¹² V. M. BRAGYISZ: A középiskolai matematikatanítás módszertana. Magyarul is megjelent (26 Ft).
¹³ N. M. BESZKIN: A geometria módszertana. Tankönyv középiskolai tanárképzők számára (K).
¹⁴ B. V. KUTUZOV: Geometria. Segédkönyv tanárképzők számára (H, 11 Ft).
¹⁵ A. N. PEREPJOLKINA – Sz. I. NOVOSZJOLOV: Geometria és trigonometria. Tankönyv tanárképzők számára (K).
¹⁶ Sz. A. BOGOMOLOV: Geometria (Rendszeres tárgyalás). Segédkönyv középiskolai tanárok számára (H, 16 Ft).
¹⁷ A. I. PEREPJOLKIN: Elemi geometria. I. (Síkgeometria), II. (Térgeometria). Tankönyv tanárképzők számára (H, I. rész: 14 Ft, II. rész 14 Ft).

C) Cikkek²

- ¹⁸ P. A. GORBATIJ – T. JA. NYESZTYERENKO: Mikor kezdődjék el a középiskolában a geometriatanítás rendszeres foka? (1949/1.)
¹⁹ N. A. PRINCEV: A geometriatanítás kérdéséhez (1949/1.)
²⁰ M. M. MASKOV: Hogyan fejlesszük a tanulók geometriai szemléletét? (1949/2.)
²¹ Sz. A. PONOMARJOV – P. V. SZTRATYILATOV: Geometriatanítás a középiskolai számtan keretében (1949/4.)
²² A. A. SZTOLJAR: A határérték fogalmának alkalmazása a geometriatanításban (1949/4.)
²³ N. A. BAJBURT: Ellenőrző számítások geometriai feladatok megoldásánál a trigonometria segítségével (1949/5.)
²⁴ A. I. VOLHONSKIJ: Számítási jellegű térgeometriai feladatok elemzések szerkesztések segítségével (1949/5.)
²⁵ N. A. PRINCEV: Geometriai tárgyú feladatok az V. osztályos számtanban (1949/5.)
²⁶ A. D. SZEMUSIN: Szerkesztési feladatok megoldása a hasonlóság módszerével. (1949/6.)
²⁷ N. F. CSETVERUHIN: A szovjet geometriatanítás tudományos elvei. (1950/1.)
²⁸ M. I. ALEKSZANDROVSKIJ: Térgeometriai szerkesztési feladatok. (1950/1.)
²⁹ P. A. LARICSEV: A középiskolai matematikatanítás kérdéséről (1950/2.)
³⁰ T. A. PESZKOV: N. M. Beszkin „A geometria módszertana” című könyvéről. (1950/3.)
³¹ Sz. A. DAHIJA: Sz. A. Bogomolov „Geometria” c. könyvéről (1950/4.)
³² JA. Sz. DUBNOV: A párhuzamosok axiómája és a mai tanítási gyakorlat. (1950/5.)
³³ N. A. ARSZENYEV: Metrikus összefüggések bizonyítására vonatkozó feladatok megoldási módszerei. (1950/5.)
³⁴ G. A. PTAHIN: Geometriai helyek tanítása a VI. és VII. osztályban. (1950/5.)
³⁵ L. M. LOPOVOK: Geometriai feladatok készítése. (1951/1.)
³⁶ I. I. SZMIRNOV: Gömb és más testek kombinációjára vonatkozó feladatok megoldásának módszertanához. (1951/1.)
³⁷ B. I. ZSITOMIRSZKAJA: Beírt és körülírt gömbre vonatkozó feladatok. (1951/1.)
³⁸ B. A. KORGYEMSZKIJ: Néhány poliéderekre vonatkozó feladatról. (1951/1.)
³⁹ I. K. ANDRONOV – V. M. BRAGYISZ: Mennyiségek és számmértékük. Részletek a készülő új V. osztályos könyvből. (1951/2.)
⁴⁰ T. A. PESZKOV: N. A. Glagolev geometriakönyvéről. (1951/2.)
⁴¹ K. P. SZIKORSZKIJ: Az új geometriakönyv szerkezetének kérdéséhez. (1951/2.)
⁴² I. JA. TANATAR: Az érintőnéyszög tételéről. (1951/4.)
⁴³ V. Sz. KARNACEVICS: Térgeometriai szerkesztési feladatok elemzésének módszertanáról. (1951/4.)
⁴⁴ Sz. I. ZEMEL: Néhány szerkesztési feladat megoldásáról. (1951/4.)
⁴⁵ V. T. ANISZIMOV: Hogyan végezzünk méréseket a terepen? (1951/4.)
⁴⁶ H. V. ABUGOVA: Feladatok a térgeometria első fejezeteihez. (1949/5.)
⁴⁷ G. A. MAZAREVSKIJ: A térszemlélet fejlesztése a geometriaórákon (1951/5.)
⁴⁸ I. G. ALTSULER: A kerületi szög tétele. (1951/5.)
⁴⁹ G. M. KARPENKO: B. V. Kutuzov „Geometria” c. könyvéről.

² A cikkek mind a Matyematyika v skole c. folyóiratban jelentek meg. A zárójelben álló szám a megjelenési év és a füzet száma.