

A szovjet matematikai olimpiászok ¹

Az Októberi Forradalom után megindult a Szovjetunió ipari és gazdasági fejlődése, az egymást követő sztálini öt éves tervek végrehajtása. Ez a fejlődés a természettudományokat és ezekkel kapcsolatban a matematikát is sok megoldandó feladat elé állította. Ezen feladatok sikeres megoldása érdekében teljesen új alapokra kellett helyezni a tudományos életet. A cári időkben elhanyagolták a tudományok művelését. A cári kormányzatok a tudományt nélkülözhetőnek és feleslegesnek tartották. Felelős cári államférfiak tettek olyan kijelentéseket, hogy Oroszországnak egyáltalában nincsen szüksége önálló tudományra, mert ha ilyen igények egyáltalában felmerülnek, tudományos eredmények mindig importálhatók Nyugatról és főként Németországból.

A forradalom utáni időket ezzel szemben az jellemzi, hogy az ország gazdasági fellendülésével együtt az ország lakosságában is egyre fokozódott a tudományok iránti érdeklődés, a kormányzat pedig a tudományos igények kielégítésére minden eszközt és módot megadott. Amíg pl. a cári időkben legfeljebb néhány kivételes tehetség tudta csak áttörni a tudományos izoláltság börtönfalát, addig a forradalom után tervszerűen átgondolt és jól megalapozott intézkedések segítették elő a tudományos kutatást. Az ország széles néprétegei előtt tudatosították a tudományos képzettség szükséges voltát, így aztán a tudás iránti vágy tömegjellegűvé vált.

Nyilvánvaló azonban, hogy a Szovjetunió kulturális életének emelésére az alapokat az iskolákban kellett lerakni, éppen ezért a szovjet kormányzat legelső lépésként az alap- és középiskolák nívóját emelte. Gondoskodtak jó képzettségű pedagógusokról, akik képesek a megnövekedett igényeket kielégíteni, aztán az iskolákat szervezték úgy át, hogy biztos alapot nyújthassanak a legmagasabbfokú képzéshez is. Rövid idő alatt megszervezték a könyvek és folyóiratok kiadását, olcsó és könnyen érthető tudományos irodalmat juttattak el a legtávolabbi szibériai kolhozokba is.

A matematika, mint a természettudományos oktatás egyik legfőbb tudománya, együtt haladt az előbb vázolt fokozatos fejlődéssel. Rövidesen sikerült a cári időkben annyira jellemző üres formalizmust száműzni a matematikai oktatásból. Ma már a szovjet matematikai oktatás mintául szolgálhat minden ország számára, mert eszközeiben egyszerű, eredményekben pedig gazdag.

Amikor közelebbről akarjuk vizsgálni azokat az eszközöket, melyek segítségével a szovjet matematikai oktatás a mai magas fokot elérte, legelőbb is a módszertanilag jól felépített tankönyveket kell felemlítenünk. A szovjet kormányzat azonban más téren is eltért a matematikai oktatás megszokott eszközeitől és olyan fegyvereket is adott a szovjet pedagógusok kezébe, melyeknek megismerése révén mi magyar pedagógusok is eredményesebben harcolhatunk a matematika frontján az öt éves terv sikeréért. Ezen fegyverek közül hárommal részletesebben is szeretnénk foglalkozni. Ezek:

1. A matematikai munkaközösségek,
2. A „Matematika v skolje” c. folyóirat és
3. A szovjet matematikai olimpiászok.

Mielőtt ezek ismertetéséhez fognánk, néhány szóval utalni szeretnénk a szovjet középiskolai rendszerre és a matematikai oktatás anyagára. Mint ismeretes a Szovjetunióban 7 és 10 osztályos középiskola létezik, az előbbi körülbelül a magyar általános iskolának, az utóbbi pedig az általános iskolának és gimnáziumnak felel meg. A matematikai oktatás szempontjából bennünket elsősorban az V.–X. osztályok érdekelnek, az ezeknél alacsonyabb osztályok matematikai anyagát az elemi számtani műveletek képezik.

Az öt felső osztályban a matematika meglehetősen nagy óraszámmal rendelkezik (7–7–6–6–6 óra hetenként). Az V. osztályban még az aritmetikai műveletek szerepelnek, bizonyos tekintetben itt fogják össze és egészítik ki a négy alsó osztály számtani anyagát. Az algebra a VI. osztályban kezdődik, ugyanitt ismerkednek meg először a tanulók az algebrai anyaghoz kapcsolódó geometriai elemekkel. A többi osztályban aztán nagyjából ugyanaz a matematikai anyag szerepel a szovjet középiskolákban is, mint nálunk a most végrehajtandó módosítások után. Az oktatás gerincét mindenestre az egyenlet, a függvény, a sík és térmertan, továbbá a trigonometria teszi. Különös gondot fordítanak a geometriai szerkesztésekre, továbbá a gyakorlati feladatok hangsúlyozására.

A szovjet fiatalnak azonban az iskolai matematikaoktatáson kívül is bő lehetősége van a magasabb tudás megszerzésére. Nagy gondot fordítanak pl. a munkaközösségi és tanulóköri munkára.

A szovjet matematikai életben is nagy szerepet játszanak a munkaközösségek, amelyek világhírű szovjet matematikusok vezetése mellett rendszeres összejöveteleket tartanak, ezeken problémákat vetnek fel, megbeszélik a felvetett kérdés irodalmát, elemzik a problémák megoldásának lehetőségeit és aztán az elkövetkező hetek, vagy hónapok egyikén a közösség tagjai beszámolnak az elért eredményekről.

Ilyen közösségeket azonban nemcsak a matematikát tudományosan művelők részére szerveztek, hanem a felső és középiskolák diáksága részére is. A középiskolások részére a legtöbb nagy városban tanulókörök létesültek, melyek mintájára már nálunk is több nagy városban (Budapesten, Debrecenben, Miskolcon, Pécsen stb.) a Bolyai János Matematikai Társulat „matematikai délutánokat” szervezett. Egy szovjet tanulókör létszáma 20–40 fő, rendszeren két hetenként egy-két alkalommal tartanak összejövetelt, és ezeken a középiskolai anyaghoz csatlakozó, de azon túlmenő versenyszerű feladatokat oldanak meg a legkiválóbb pedagógusok vezetése mellett. A matematikai tanulókörökön azonban előadások is szerepelnek. Ha a szovjet matematikai lapokat megnézzük, meglepődünk azokon a modern előadási tárgyakon, melyeket a középiskolások számára tartanak, de ugyanígy meglepnek az előadók nevei is. A múlt

¹ A Bolyai János Matematikai Társulat által a Szovjet Barátsági Hónap keretében rendezett hasonló típusú előadások anyaga.

év folyamán pl. előadásokat hallhattak a szovjet középiskolások a halmazelmélet alapjairól, a topológiáról, matematikai szofizmákról, a matematikai logika alapjairól, a valószínűségszámításról, stb., sokszor olyan nagynevű előadók szájából, mint a matematikai munkásságuk révén nálunk is ismert KOLMOGOROV, GNYEGYENKO, ALEKSAEDROV, LJUSZTERNYIK, s. í. t. A felsorolt nevek is bizonyítják – melyeket egyébként a múltévi matematikai délutánok előadóinak sorából vettünk – hogy a szovjet kormány és a kiváló szovjet matematikusok mily nagy gondot fordítanak a fiatalság matematikai képzésére.

A matematikai délutánokkal kapcsolatban hadd említsük még meg, hogy az előadók számára bő irodalmi anyag áll rendelkezésre a külön ilyen célokra kiadott füzetek és népszerűsítő könyvek révén.

A középiskolai matematikai anyag mélyebb elsajátításának egy másik, igen könnyen járható útja a kéthavonként egyszer 64 oldalnyi terjedelemben megjelenő „Matematika v skolje” c. folyóirat¹ tanulmányozása. A szovjet kultuszminisztérium kiadásában megjelenő és külsejében is igen tetszetős folyóirat nagy népszerűségnek örvend, amit nagy példányszáma (20 ezer) is igazol. A lap elsősorban módszertani jellegű, tehát a pedagógusoknak szól, cikkei azonban könnyen olvashatók és így az ifjúság is követni tudja azokat. Az oktatás kérdéseit fejtegető tanulmányok mellett minden számban olvashatunk egy orosz, vagy szovjet matematikusról szóló megemlékezést, matematikai történeti tanulmányokat, beszámolókat a középiskolai matematikai versenyekről, a szovjet matematikai élet kiemelkedő eseményeiről és mindezek mellett számos megoldásra kitűzött feladatot is találunk. Ezek megoldásában a tanárok versenyeznek, hogy így ismereteiket alkalmazzák és bővítsék.

A lapra igen jellemző az erős kritika, mellyel a megjelent matematikai könyveket és folyóiratokat bírálja, továbbá a matematikai olimpiászok szépítés nélküli kiértékelése. A kritika azonban mindig építő jellegű, amely nagymértékben hozzájárul a matematikai oktatás és irodalom színvonalának emeléséhez. A tudományosabb jellegű szovjet matematikai folyóiratokban figyelemmel kísérik a „Matematika v skolje” munkáját, bonckés alá veszik egyik-másik cikkét és ezzel ismét a matematikai oktatás ügyét segítik elő.

A jól szerkesztett és olcsó folyóirat (egy füzet ára 4,5 rubel) nagy szerepet játszik a fiatal szovjet matematikus generáció képzésében.

Mindezeket azért bocsátottuk előre, hogy jobban megértsük a szovjet matematikai versenyek, vagy amint ott nevezik, a matematikai olimpiászok jelentőségét. Az elmondottak alapján ugyanis nyilvánvaló, hogy a szovjet középiskolai ifjúság számottevő része jóval alaposabb ismeretekkel rendelkezik, mint azt az előírt anyag alapján gondolhatnók, hisz a többévi tanulóköri munka, a sok és könnyen olvasható matematikai könyv és folyóirat bő lehetőséget nyújt a továbbképzésre a különben is természettudományos beállítottságú ifjúság számára.

A mi „Arany Dániel” tanulóversenyünkhöz hasonlóan, csak sokkal nagyszabásúbb módon, a Szovjetunió egyes városaiban, matematikai centrumaiban rendeznek évente a középiskolás diákság részére matematikai tanulmányversenyeket, „olimpiászokat”. Egyik-másik ilyen verseny már komoly tradícióval rendelkezik – ezek tanulságait az „Arany”-verseny rendezésében is felhasználták –; másokat a múlt évek során rendeztek meg első ízben. Híresek pl. a moszkvai olimpiászok, a múlt év folyamán a tizenharmadikat rendezték. Azonban még külön is meg kell említenünk a szmolenszki, omszki, kievi, lebergi, leningrádi, sztalingrádi stb. olimpiászokat, melyek a szovjet középiskolások tízezreit hívják ki nemes vetélkedésre.

Az „Arany Dániel” versenytől eltérőleg a szovjet olimpiászok feladatai városonként mások és mások. Összeállításhoz, de a verseny egész megrendezését is rendszerint a helybeli egyetem matematikai intézete, vagy pedig a pedagógiai főiskolák matematikai tanszékei irányítják. A versenyek legtöbb helyen két fordulóban zajlanak le, – mint ezek mintájára újabban az „Arany”-verseny is – van egy elődöntőjük. Azokat, akik ezen a próbát sikerrel állották ki, a döntőnek számítók második versenyre bocsátják. Természetesen a második forduló feladatai jóval nehezebbek, mint az első fordulói, több matematikai érzéket, sőt mélyebb matematikai tudást is megkövetelnek. A két verseny között 10–20 nap áll még a versenyzők rendelkezésére, ez idő alatt további munkával készülhetnek fel a döntőre. A helyi körülményeknek és a feladatok természetének megfelelően más és más a feladatok megoldására engedélyezett munkaidő is (3–6 óra), sőt, még abban is lényeges a különbség, hogy az osztályok szerint hogyan csoportosítják a versenyzőket. A múltban általában csak a VII–X. osztályosok tanulói vettek részt a versenyeken, és pedig két-két osztály kapta ugyanazon feladatokat, a múlt évben azonban Moszkvában kísérletképpen számtan-tanulóversenyt is rendeztek az V. és VI. osztályosok számára.

A kitűzött feladatok rendkívül változatosak, némelyike nagy találékonyságot követel a versenyzőktől.

Hogy kissé alaposabban lássuk a matematikai olimpiászokat, célszerűnek látjuk a tavalyi moszkvai tanulóverseny részletesebb ismertetését. Ezt a versenyt a múlt év áprilisában rendezték a moszkvai és Moszkva környéki iskolák számára. A rendezés munkáját az állami egyetem vállalta, ami számára nem kis feladatot jelenthetett, ha meggondoljuk, hogy a verseny csaknem ezer tanulót mozgatót meg.

Az előkészítési munkához tartoztak az egész év folyamán rendszeresen tartott matematikai délutánok (ezek száma Moszkvában 8 volt), melyeken az érdeklődő tehetségesebb növendékek hetenként egyszer vettek részt. A matematikai délutánokon számos előadás is elhangzott, külön a VII–VIII., és külön a IX–X. osztályosok számára. Itt ismét felemlítjük, hogy az előadók között szerepeltek világszerte jólismert matematikusok, mint A. N. Kolmogorov, az alkalmazott matematika egyik legkiválóbb szovjet művelője, A. D. ALEXANDROV, LJUSZTERNYIK, továbbá MARKUSEVICS, SAFAREVICS és mások.

¹Bővebb ismertetését lásd a lapok II. Évf. 93-95. old.

Az olimpiász megkezdése előtt mintegy félhónappal egy versenyfeladatokat tartalmazó gyűjteményt adtak ki 5000 példányban, azt szétszórták a moszkvai középiskolások és középiskolai tanárok között, de más városok tanulóköréi számára is küldtek belőle. A továbbiakban a tanárok a versenyen részt venni szándékozó tanulók számára március és április hó folyamán naponta tartottak konzultációkat, melyeknek az anyaga ugyancsak a versenyszerű feladatok megbeszélése volt.

Ilyen alapos előkészítés után került sor április 2-án a selejtezőre, aminek eredményét már egy hét múlva ki is hirdették. Az eredetileg jelentkezett 752 tanuló közül a selejtező eredményei alapján döntőre 452-t bocsátottak. A döntő napja április 16-ika volt, ezt követően egy hét múlva hirdették ki a végeredményt. A döntő eredményei alapján 34 tanulót kisebb matematikai könyvtárral jutalmaztak, 70-en pedig dicséretben részesültek.

Mint érdekességet megemlíthetjük, hogy a 9–10. osztályosok döntőjét Kolmogorov akadémikus vezette.

A magyar matematikai tanulmányversenyek, továbbá a Középiskolai Matematikai Lapok feladataival való összehasonlítás céljából néhányat megemlíthetünk a moszkvai versenyek feladata közül.¹

A VII–VIII. osztályosok elődöntőjéből:

555 darab súlyunk van és pedig 1, 2, 3, ..., 555 grammosok.

Osszuk ezeket három egyenlő súlyú részre.

Az ABC háromszög oldalai legyenek a , b és c , szögei pedig α , β és γ és igazolandó, hogy

$$a\alpha + b\beta + c\gamma \geq \frac{1}{2}(b\alpha + a\beta + c\alpha + a\gamma + c\beta + b\gamma)$$

Ugyanezen osztályok döntőjének anyagából:

Írjunk a háromszögbe kört, a kör köré pedig szerkesszünk négyzetet. Igazoljuk, hogy a négyzet területének felénél nagyobb része esik a háromszög belsejébe.

Helyezzünk el a kör területén valahogyan 20 pontot, ezeket páronként kössük össze 10 egymást nem metsző húrral. Kérdés hogy hányféleként tehetjük ezt meg?

A IX–X. osztályosok selejtezőjének két feladata:

81 darab súlyunk van, ezek 1^2 , 2^2 , ..., 81^2 grammosak. Osszuk fel ezeket három egyenlő súlyú részre.

Megoldandó a következő egyenlet:

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1.$$

Ezen osztályok második fordulójának egy szép feladata:

Az 1, 2, ..., 101 számokat írjuk fel tetszőleges sorrendben. Bebizonyítandó, hogy közülük mindig áthúzhatunk 90-et úgy, hogy a megmaradt 11 szám nagyság szerint (növekvően, vagy csökkenően) következik egymás után.

A moszkvai versennyel kapcsolatban még annyit említhetünk meg, hogy az első fordulóban mindkét csoport számára 5–5, a második fordulóban pedig 4–4 feladatot tűztek ki.

A következő kimutatás tanulságos képet nyújt arra vonatkozólag, hogy hány válasz érkezett az összes feladatokra, és hogy ezen válaszok közül hány bizonyult helyesnek.

| | IX–X. osztályosok | VII–VIII. osztályosok |
|------------------------|----------------------|--------------------------|
| Selejtező | | |
| Beadott válaszok száma | 910 | 735 |
| Ezek közül helyes | 225 | 370 |

A döntőben:

| | | |
|------------------------|-----|-----|
| Beadott válaszok száma | 240 | 230 |
| Ezek közül helyes | 115 | 29 |

Látható, hogy a VII–VIII. osztályosok döntőjének feladatai kissé nehezebbek bizonyultak.

Említettük már, hogy régebben általában csak a VII–X. osztályosok számára rendeztek a Szovjetunióban tanulmányversenyeket a múlt év áprilisában azonban kísérletképpen ugyancsak két fordulóval megrendezték az első V–VI. osztályosok számára szóló olimpiászt is. A nagy érdeklődésre jellemző, hogy a selejtezőben 4712 tanuló vett részt, ebből 421 tanuló, vagyis az indulók 9%-a nyert jogot a döntőben való részvételre. A versenynek másik újítása, hogy a tanulók két feladatsorozat között választhattak. Tájékozás céljából itt is megemlíthetünk néhány példát az első és második forduló anyagából.

A selejtező példái közül néhányat a 371. feladatban olvashatunk.

Miért van az, hogyha egy valódi tört tovább már nem egyszerűsíthető, akkor az a tört sem egyszerűsíthető, mely az előbbi 1-re egészíti ki?

Miért van az, hogyha egy tovább már nem egyszerűsíthető törtet 1-gyel nagyobbítunk, akkor az így nyert tört sem egyszerűsíthető?

Természetesen a döntő feladatai az előzőknél nehezebbek voltak. A résztvevők itt is két példacsoporthoz választhattak, minden csoport 5 feladatot tartalmazott.

¹ Az olimpiászokkal e lapok hasábjain foglalkoztunk már. Lásd II. évf. 46–47., 142–155., 267–275. old., továbbá a 290., 323., 355., 367., 368., 371. feladatoknál.

Számítsuk ki rövid úton a következő törtek összegét:

$$\frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{11 \cdot 13} + \cdots + \frac{2}{59 \cdot 61}$$

Bebizonyítandó, hogyha adott három olyan egész szám, melyek egyike sem osztható hárommal, akkor vagy a három szám összege, vagy valamelyik kettőnek az összege osztható hárommal.

Bizonyítsuk be, hogyha valamely páros számhoz 1-et adunk, az így kapott számhoz ismét hozzáadunk egyet és az ily módon nyert három számot összeszorozzuk, akkor a szorzat maradék nélkül osztható 24-gyel.

A döntőben résztvevő 421 tanuló közül 195 oldott meg sikeresen három, vagy ennél több feladatot. Az eredménnyel dolgozó diákok közül körülbelül kétszer annyi volt a fiúk, mint a leányok száma. A szép siker indokoltá teszi további ilyen számtani versenyek rendezését, azonban olyan módosítással, hogy az V. és VI. osztályosok különböző feladatokat kapjanak.

Az elmondottakból kitűnik, hogy a szovjet állam valóban nagy gondot fordít a középiskolai matematikai oktatás színvonalának emelésére, a fejlett szovjet matematikai élet pedig teljes erejével támogatja az állam ebbeli törekvését.

Az eddigi tapasztalatok a jövőben még nagyobb reményekre jogosítanak. A magyar középiskolai matematikai oktatás és az egyre fejlődő matematikai versenyek sokat nyerhetnek a szovjet olimpiászok megrendezésének és feladatainak a tanulmányozása révén és ily módon is hozzájárulhatunk a matematikaoktatás színvonalának emeléséhez.