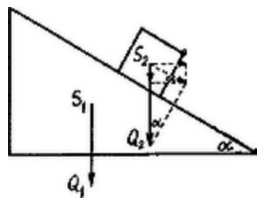


1 kg súlyú, 30° -os hajlásszögű lejtőre 1 kg-os kockát helyezünk. Hogy a kocka le ne csússzék, cérnával a lejtő felső végéhez üttött szöghöz erősítjük. Ezután a cért elégetjük, hogy a kocka lecsúszhassék. Csúszás közben mennyi lesz a lejtőből és kockából álló rendszer súlya? Ha a kocka helyett 1 kg-os hengert helyezünk a lejtőre, az a cérna elégetése után legurul a lejtőn. Mennyivel könnyebb a rendszer ekkor?

Megoldás. 1^0 . A lejtő súlya legyen Q_1 , hajlásszöge α , a reáhelyezett kockáé Q_2 . Ha utóbbi nyugalomban van a lejtőn, a két testből álló rendszer súlya $Q_1 + Q_2$. (Párhuzamos erők eredője az erők összegével egyenlő.)



Ha a kocka csúszni kezd (súrlódás nélkül), akkor ezen mozgást a Q_2 -nek a lejtő irányába eső összetevője, $Q_2 \sin \alpha$ létesíti és állandóan fenntartja. Ebből pedig az következik, hogy a $Q_2 \sin \alpha$ mozgató erőnek a nehézségi erő irányába eső összetevője, $Q_2 \sin \alpha \cdot \sin \alpha = Q_2 \sin^2 \alpha$ lefelé mozgat és így nem gyakorol nyomást.¹ A rendszer súlya eszerint

$$Q = Q_1 + Q_2 - Q_2 \sin^2 \alpha = Q_1 + Q_2 \cos^2 \alpha.$$

$$\text{Ha } Q_2 = Q_1, \quad \text{akkor } Q = Q_1(1 + \cos^2 \alpha)**$$

$$\alpha = 30^\circ \quad \text{esetében} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad Q = Q_1 \left(1 + \frac{3}{4}\right) = 1.75 Q_1$$

$$Q_1 = 1 \text{ kg}, \quad \text{tehát } Q = 1.75 \text{ kg}.$$

2^0 . Ha kocka helyett Q_2 súlyú hengert helyezünk a lejtőre, akkor $Q_2 \sin \alpha$ erő hatása alatt haladó és forgó mozgás jön létre. A forgás tengelye a henger geometriai tengelye. Homogén tömegű henger esetén a forgó henger tengelye szabad tengely, azaz a forgás folytán a henger tengelyére erő nem hat. Vizsgálunk kell a haladó mozgást, ill. ennek gyorsulását.

Jelölje m a henger tömegét, r a sugarát, v a haladó mozgás sebességét, ha a henger a lejtőn l hosszúságú utat tett meg, ω a forgó mozgás szögsebességét az l hosszúságú út végén és K a henger tehetetlenségi nyomatékát tengelyére nézve.

A henger mozgási energiája két részből áll: a haladó mozgás energiája, $\frac{1}{2}mv^2$ és a forgó mozgás energiája, $\frac{1}{2}K\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{4}mv^2$.

Ezen energiák összegét az $mg \sin \alpha$ erő munkája létesíti, melyet az l úton át végzett. Tehát

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 = mgl \sin \alpha$$

$$\frac{3}{4}v^2 = gl \sin \alpha, \quad v^2 = \frac{4}{3}gl \sin \alpha.$$

Látjuk tehát, hogy v^2 értéke az egyenletesen változó mozgás törvénye szerint változik¹ ha ezen mozgás gyorsulása γ , akkor

$$v^2 = \frac{4}{3}gl \sin \alpha = 2\gamma l \quad \text{és innen} \quad \gamma = \frac{2}{3}g \sin \alpha.$$

Ennek megfelelőleg az erő: $\frac{2}{3}Q_2 \sin \alpha$.

Ezen erőnek a függőleges irányba eső összetevője lefelé mozgat és így nem gyakorol nyomást a nehézségi erő irányában; ennek nagysága: $\frac{2}{3}Q_2 \sin^2 \alpha$.

Most tehát a rendszer súlya:

$$Q = Q_1 + Q_2 - \frac{2}{3}Q_2 \sin^2 \alpha.$$

¹ A másik összetevő vízszintes irányban mozgatja a lejtőre helyezett testet.

² $\alpha = 0$ esetében $Q = Q_1 + Q_2$; ha $\alpha = 90^\circ$, $Q = Q_1$.

³ Hasonló feladatok: II. évf. 55. és 62., IV. évf. 148., VIII. évf. 355., IX. évf. 402.

¹ v^2 arányos a megtett úttal. ($v_0 = 0$)

Ha $\alpha = 30^\circ$, $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ és így

$$Q = Q_1 + Q_2 - \frac{1}{6}Q_2 = Q_1 + \frac{5}{6}Q_2.$$

$$\text{Ha } Q_1 = Q_2 = 1 \text{ kg,} \quad Q = 1 + \frac{5}{6} = \frac{11}{6} \text{ kg.}$$

Kallós István (Vörösmarty Mihály g. VIII. o. Bp. VIII.)

II.

A Nap közepének színekében egy bizonyos vonal hullámhossza $5900 \text{ \AA}$ egység. Ez a vonal $0,04 \text{ \AA}$ egységnyi eltolódást mutatott, amikor a színeképet a Nap egyenlítőjében a Nap szélétől jövő fény adta. Számítsuk ki ezekből az adatokból, hogy mekkora a Nap egyenlítője egy pontjának kerületi sebessége?

Megoldás. Ha a fény terjedési sebessége c és a fényforrás, mely n rezgésszámnak megfelelő színű sugarat bocsát ki, v sebességgel közeledik a megfigyelő felé, akkor a megfigyelő olyan színű sugarat lát, melynek rezgésszáma

$$(1) \quad n_1 = n \frac{c}{c-v} \dots$$

A Nap széle a közepéhez képest, a tengelye körül való forgása miatt, közeledhetik felénk, ill. távolodhatik tőlünk. Az előbbi képletben tehát v a kerületi (lineáris) sebességet jelenti, a Nap egyenlítőjén.

Ha n rezgésszám esetén a hullámhossz λ , míg n_1 rezgésszámmal λ_1 hullámhossz tartozik, akkor

$$(2) \quad n = \frac{c}{\lambda}, \quad n_1 = \frac{c}{\lambda_1} \quad \text{és így} \quad \frac{n}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda} \dots$$

$$1)\text{-ből} \quad \frac{n}{n_1} = \frac{c-v}{c} = 1 - \frac{v}{c}; \quad 2) \quad \text{alapján} \quad \frac{\lambda_1}{\lambda} = 1 - \frac{v}{c}$$

$$\text{és innen} \quad v = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda} c \dots \quad (3)$$

Ha a fényforrás közeledik, a színekép vonala az ibolya felé tolódik, rezgésszáma növekszik, tehát $\lambda_1 < \lambda$.

A megadott értékekkel

$$v = \frac{0,04}{5900} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ kmsec}^{-1} = \frac{12000}{5900} \text{ kmsec}^{-1} \sim 2,034 \text{ kmsec}^{-1}.$$

Ha a fényforrás távolodik, akkor a színekép vonalai a vörös felé tolódnak el, rezgésszámuk kisebb, hullámhosszuk nagyobb lesz ($\lambda_1 > \lambda$) és

$$n_1 = n \frac{c}{c+v}, \quad \frac{n}{n_1} = 1 + \frac{v}{c}, \quad \frac{\lambda_1}{\lambda} = 1 + \frac{v}{c}, \quad v = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda} c.$$

Látjuk tehát, hogy ugyanazon értéket kapjuk v -re, mint az előbb.

Margulit György (Bolyai g. VIII. o. Bp. V.).

Jegyzet. 1^0 . Néhány megoldás Doppler elvét arra az esetre alkalmazta, amidőn a megfigyelő közeledik a fényforráshoz, ill. távolodik tőle. A *numerikus* eredmény bizonyos pontossáig itt is ugyanaz.

2^0 . $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} = 10^{-7} \text{ mm}$. (L. pl. X. évf. 451. fizikai feladatában). Főleg a fény terjedési sebességét $\text{\AA}$ egységekre változtatni, mert a $\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda}$ viszonyban számlálót és nevezőt ugyanazon mértékkel fejeztük ki, tehát e viszony pusztán szám.