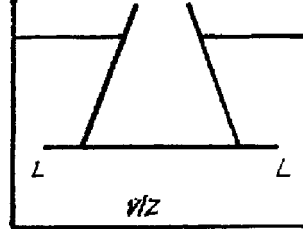


1. feladat

I. A rajznak megfelelő alakú edényt annyira nyomunk be a vízbe, hogy a fenéke gyanánt szolgáló lap (LL) éppen leesik, ha 1 kg súlyú vizet töltünk az edénybe. Leesik-e a lap, ha

- 1 kg higanyt
- 1 kg alkoholt
- 1 kg súlyú ólomdarabot helyezünk reá?

II. Mi lesz, ha a belemerített edény bővül? A feleleteket indokoljunk meg!



Megoldás. I. Jelentse E a külső, e a belső, az LL lappal elzárt edényt. Az LL lap akkor esik le ha az e -be töltött víz színe eléri az E -ben levő víz színét, ill. ha az e -be töltött folyadék fenéknnyomása megegyezik az E -ben levő víznek az LL lapra gyakorolt, felfelé irányított nyomásával¹. Ennek nagyságát a hsg szorzat fejezi ki, ahol h az LL lapnak az E -ben levő víz színétől való távolságát és s a víz sűrűségét jelenti. Ha már most T jelenti az e edény alaplajának, t az e edénynek az E -ben levő víz színén levő keresztmetszetének területét, akkor

$$\frac{1}{3}hsg(T + \sqrt{Tt} + t)$$

jelenti az e edénybe töltött, h magasságú vízoszlop súlyát, azaz 1 kg súlyát.

a) Legyen már most a higany sűrűsége $s'(> s)$ és az 1 kg súlyú higany magassága h' , a higany felszínének területe t' . Nyilván $h' < h$ és így $t' > t$. Már most feltételünk szerint

$$\frac{1}{3}h's'g(T + \sqrt{Tt'} + t') = \frac{1}{3}hsg(T + \sqrt{Tt} + t)$$

$$\frac{h's'}{hs} = \frac{T + \sqrt{Tt'} + t'}{T + \sqrt{Tt} + t} < 1,$$

mert $t < t'$ és így

$$h's' < hs,$$

azaz a higany fenéknnyomása kisebb a vízénél: az LL lap nem esik le.

b) Jelölje $s''(< s)$ az e edénybe öntött 1 kg súlyú alkohol sűrűségét és h'' a magasságát, felszínének területét t'' . Most $h'' > h$ és így $t'' < t$, úgy hogy

$$\frac{h''s''}{hs} = \frac{T + \sqrt{Tt} + t}{T + \sqrt{Tt''} + t''} > 1,$$

mert $t > t''$. Most tehát

$$h''s'' > hs,$$

azaz az alkohol fenéknnyomása nagyobb a vízénél: az LL lap leesik.

c) Ezen kérdés eldöntésénél már nem a nyomást, hanem az e alsó nyílását elzáró T területű lapra felfelé nyomó erőt kell vizsgálnunk. Ennek nagysága megegyezik a T -vel mindenütt egyenlő keresztmetszetű vízoszlop súlyával, tehát nagyobb 1 kg súlyánál. Ezért az 1 kg súlyú ólomdarab nem nyomja le az LL lapot.

II. Ha az e edény alsó lapja t , a benne levő víz felszínének területe T (ez E -ben levő víz szintjével megegyező magasságban), akkor az

- esetben leesik,
- „ nem esik le,
- „ leesik az LL lap.

Ugyanis az a) esetben a higany felszínének területe $T' < T$ és ezért

$$\frac{h's'}{hs} = \frac{T + \sqrt{Tt} + t}{T' + \sqrt{T't} + t} > 1, \quad \text{azaz } h's' > hs.$$

¹Nyomás jelenti a vízszintes felületegységre ható nyomó erőt.

A *b)* esetben, az alkohol felszínére nézve $T'' > T$ és így

$$\frac{h''s''}{hs} = \frac{T + \sqrt{Tt} + t}{T'' + \sqrt{T''t} + t} < 1, \quad \text{vagyis } h''s'' < hs.$$

A *c)* esetben pedig a t alaplapra ható – a víztől származó – nyomóerő megegyezik a t -vel mindenütt egyenlő keresztmetszetű vízoszlop súlyával és ez kisebb 1 kg súlynál.

Tárgyalásunkban feltételeztük, hogy az LL lap súlytalan. Ha az LL lapnak is van súlya, ugyanezen eredményeket kapjuk; csak hogy ekkor a bevezetésben definiált h magasság nem az LL lapnak az E -ben levő víz színétől való távolságát fogja jelenteni, hanem egy ennél kisebb távolságot, aminthogy ezt általában is tapasztaljuk.

Jegyzet. A felsorolt megoldásokon kívül még számos oly dolgozat érkezett, mely nem volt figyelembe vehető, részben az indokolás hiányossága miatt, részben amiatt, hogy a nyomás és nyomóerő fogalmát nem különböztették meg.

Helyes azon megállapítás, hogyha a lefelé növekedő keresztmetszetű edénybe 1 kg higanyt öntünk 1 kg víz helyett, akkor a higanyoszlop magassága nem 13,6-szer kisebb, mint a vízé, hanem $(13,6 + k)$ -szor kisebb, ahol $k > 0$. Ugyanis ha annyi higanyt öntenénk a szóbanforgó edénybe, hogy magassága az 1 kg vízoszlop magasságánál 13,6-szer kisebb, akkor ezen higany mennyiség térfogata több lenne, mint a víz térfogatának $1/13,6$ része és így súlya nagyobb, mint 1 kg. Tehát 1 kg súlyú higanyoszlop magasságának kisebbnek kell lennie a vízoszlop magasságának $1/13,6$ részénél.

Hasonlóan következtethetünk az olaj esetében is, továbbá a lefelé szűkülő edénynél.

2. feladat

10 mikrofados sűrítőt 10 000 voltra feltöltünk. Mennyibe kerül a benne felhalmozott energia, ha a villamos művek a kilovattórát 35 fillérért árulják?

Megoldás. Jelölje W a sűrítő energiáját, E a töltését, V a potenciálját. Ismeretes, hogy

$$W = \frac{1}{2}EV.$$

Ha E -t coulombokkal, V -t voltokkal mérjük, akkor az energiát joule-okban kapjuk.

$E = CV$, ahol C a sűrítő kapacitása. Ha C -t faradokkal, V -t voltokkal mérjük, akkor E -t coulombokban kapjuk. Az adott esetben $C = 10 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}$ farad, $V = 10^4$ volt; így

$$E = 10^{-5} \cdot 10^4 \text{ coulomb} = 10^{-1} \text{ coulomb}.$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 10^{-1} \text{ coulomb} \times 10^4 \text{ volt} = \frac{1}{2} \cdot 10^3 \text{ joule} = 500 \text{ joule}.$$

$$1 \text{ kilowattóra} = 1000 \text{ watt} \times 3600 \text{ sec} = 36 \cdot 10^5 \text{ joule}.$$

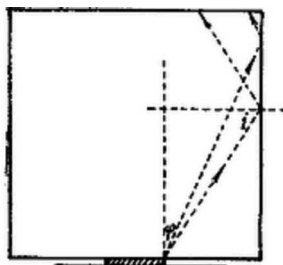
Eszerint $36 \cdot 10^5$ joule nagyságú energia ára 35 fillér; 500 joule ára

$$\frac{35 \cdot 500}{36 \cdot 10^5} \sim \frac{1}{200} \text{ fillér}.$$

Botár Liviusz és Tersztyánszky György (Premontrei gimn. VIII. o. Keszthely)

3. feladat

Vízszintes papirosra kis kerek foltot rajzolnak. A papirosra üvegkockát helyezünk úgy, hogy a foltot elfődjé. Ha a foltot a kocka valamelyik oldallapján keresztül akarjuk nézni, nem látjuk. Ha azonban a foltra vizet cseppentünk és úgy helyezzük rá az üvegkockát, látjuk. Mi ennek a magyarázata? (Az üvegnek a levegőre vonatkozó törésmutatója $5/3$, a vízé $4/3$.)



Megoldás. ¹ A foltról levegőrétegen keresztül az üvegkockába az alsó lapon lépnek be a sugarak és törést szenvednek. A törési szög nem lehet nagyobb a φ határszögnél, amelyre nézve

$$\sin \varphi = \frac{3}{5} = 0,6, \text{ tehát } \varphi < 45^\circ.^1$$

¹ $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} =: 0,707 \dots > 0,6.$

A φ szög alatt belépő sugarak az oldallaphoz

$$i = 90^\circ - \varphi > 45^\circ$$

szög alatt esnek be, tehát teljes visszaverődést szenvednek.

Ha a belépés szöge $< \varphi$, akkor az oldallaphoz való beesés szöge még inkább nagyobb 45° -nál, szóval minden sugár az oldallapon teljes visszaverődést szenved és ezért nem látjuk a foltot, ha az oldallapon nézünk keresztül.²

2^o. Az üvegnek a vízre vonatkozó törésmutatója: $n' = \frac{5}{3} : \frac{4}{3} = \frac{5}{4}$.

A vízből az üvegbe lépő sugarakra nézve a határszög φ_1 és most

$$\sin \varphi_1 = \frac{4}{5}, \quad \text{azaz} \quad \varphi_1 = 90^\circ - \varphi > 45^\circ.^3$$

Ha tehát az alsó lapon a törési szög (az üvegbe lépés szöge) φ_1 , akkor az oldallapra való beesés szöge

$$i_1 = 90^\circ - \varphi_1 = \varphi$$

és az ennek megfelelő kilépési szög a levegőbe 90° , az üvegekockából kilépő fénysugár az oldallapot súrolja. Az ilyen sugár még eljuthat a szemünkbe, tehát a foltot láthatjuk.

Azon sugarak, amelyek a kocka alsó lapjára φ_1 -nél kisebb szög alatt lépnek be, azok a kocka oldallapjához φ -nél nagyobb szög alatt esnek; ezek már teljes visszaverődést szenvednek.

Jegyzet. A 2^o. alatt tárgyalt eset kedvezőbben alakul, azaz többféle sugár lép ki a kocka oldallapján ha

$$i_1 = 90^\circ - \varphi_1 < \varphi, \quad \text{azaz} \quad \varphi_1 > 90^\circ - \varphi, \quad \text{tehát} \quad \sin \varphi_1 > \cos \varphi.$$

$$\text{Azonban} \quad \cos \varphi = \frac{4}{5} \quad \text{és így} \quad \sin \varphi_1 > \frac{4}{5}, \quad \text{ha} \quad n' < \frac{5}{4}.$$

Ezen eset bekövetkezik akkor, ha az üvegnek a levegőre vonatkozó törésmutatója $< \frac{5}{3}$, azaz pl. koronaüveg esetében, melynek törésmutatója $1,53 - 1,63$ körül van. Ha azonban az üvegekocka nehezebb flintüvegből van, melynek törésmutatója $1,7$ vagy ennél nagyobb, akkor a 2^o. esetben sem látjuk a foltot.

² A kocka felső lapjához érkező sugarak beesési szöge = az alsó lapon való törési szöggel. Minthogy ez $< \varphi$, a sugarak kilépnek a levegőbe; a foltot felülről lehel látni. (Planparallel lemez!)

³ Ugyanis $\sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi_1 = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$.