

II. Vonalzóval és mérővel keresztülvihető szerkesztések.

Vonalzóval és mérővel az első öt alapszerkesztés közvetlenül elvégezhető, míg vonalzóval és étalonnal csak az első három végezhető el közvetlenül, a 4. és 5. pedig emezekre visszavezethető.

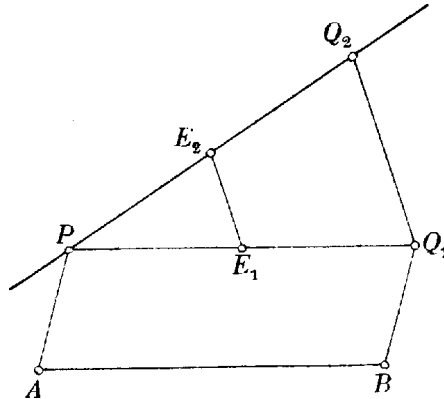
A visszavezetésnél szükségünk van az (a) segédszerkesztésre, mely szerint *adott P ponton át adott egyenessel párhuzamost kell vonnunk*.

Megoldás. Az adott egyenesre rávisszük az étalonnal az $AC = AB$ darabokat és akkor a párhuzamos az 1.2. feladata szerint megvonható.

Mármost könnyen megoldhatjuk az 5. és ezzel együtt a 4. alapszerkesztést is, mely szerint *adott egyenesre, ennek adott P pontjából adott AB távolságot kell rávinnünk*.

Megoldás. (a) Az AB nem fekszik az adott egyenesen. A P ponton át húzzunk az AB -vel párhuzamost, melyet B -ből az AP -vel párhuzamos Q_1 -ben messen, akkor:

$$PQ_1 = AB.$$



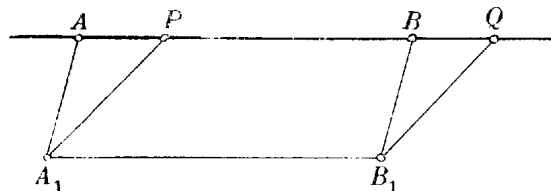
Ha az adott egyenes párhuzamos volt AB -vel, akkor ezzel a feladat máris meg van oldva. Ellenkező esetben a PQ_1 -re, valamint az adott egyenesre rávisszük étalonnkkal a PE_1 , illetőleg PE_2 darabokat és akkor a Q_1 -en az E_1E_2 -vel vont párhuzamos az adott egyenest olyan Q_2 pontban metszi, melyre nézve:

$$PQ_2 = AB.$$

(b) Az AB távolság rajta van az adott egyenesen.

Ez esetben egy az adott egyenessel párhuzamos egyenesre rávisszük az AB -t A_1B_1 -be és akkor B_1 -ből az A_1P -vel pont párhuzamos az adott egyenest olyan Q -ban metszi, melyre nézve:

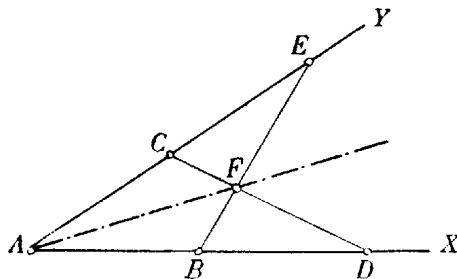
$$PQ = A_1B_1 = AB.$$



(c) Ha AB az étalon nyílásával egyenlő, akkor a távolság átvitele közvetlenül eszközölhető.

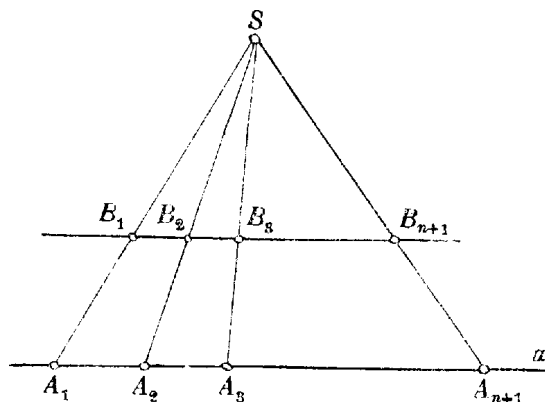
Ezek után lássunk néhány példát.

1. példa. *Felezzünk adott XAY szöget.*



Megoldás. Az adott szög AX , illetőleg AY szárára étalonnkkal felvisszük az AB és BD , illetőleg az AC és CE darabokat. Ha BE és CD egymást F -ben metszik, akkor AF a szögfelezője az adott szögnek.

2. példa. *Adott egyenesre vigyünk adott darabot n-szer.*



Megoldás. A mérővel e feladat közvetlenül minden nehézség nélkül megoldható, étalonnal pedig a következő gyakorlati elrendezéssel. Húzzunk az adott egyenessel tetszőleges párhuzamost (a) és erre az étalont n -szer rávisszük úgy, hogy:

$$A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_nA_{n+1}$$

legyen. Az adott egyenesre rávisszük az adott darabot (5°) egyszer B_1B_2 -be és ha A_1B_1 és A_2B_2 egymást S -ben metszik, akkor $SA_3, \dots, SA_{n+1}$ mint ismeretes az adott egyenesen olyan $B_3, \dots, B_{n+1}$ pontokat metsz ki, melyekre

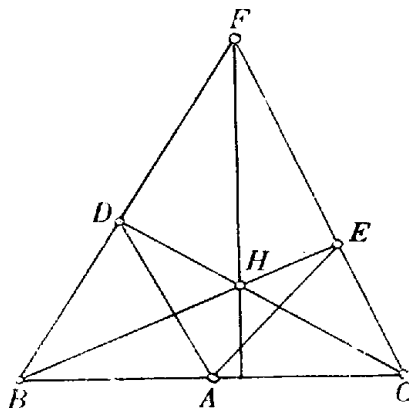
$$B_1B_2 = B_2B_3 = \dots = B_nB_{n+1}.$$

3. példa. *Adott egyenesre rajzoljunk merőleget.*

Megoldás. (Hilbert-féle szerkesztés). Az adott egyenesre felvisszük az étalonnal $AB = AC$, darabokat és az A -n húzott két tetszőszerinti egyenesen kijelöljük a D és E pontokat úgy, hogy

$$AD = AE = AB = AC$$

legyen.



Ha már most BD és CE , illetőleg BE és CD egymást az F , illetőleg H pontokban metszik, akkor

$$FH \perp AB.$$

A szerkesztés helyessége kitűnik abból, hogy az A középpontú és $AB = AC = AE = AD$ sugarú körben:

$$\angle BDC = \angle BEC = 90^\circ,$$

tehát CD és BE a BCF háromszög magasságai, vagyis H a BCF háromszög magasságpontja és így FH mint a háromszög harmadik magassága csakugyan merőleges BC -re.