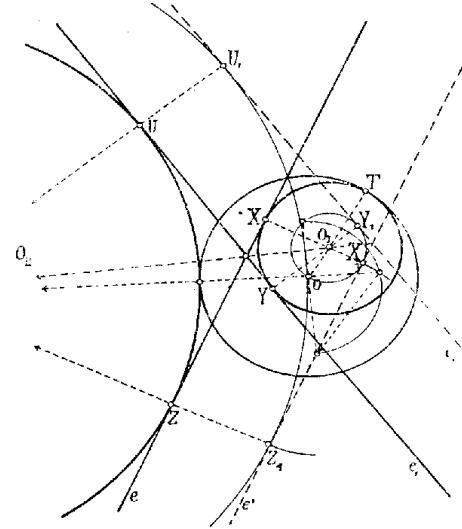


VI. Adva van két egyenes és egy kör, szerkesszük meg azt a kört mely a megadott elemeket érinti.

Jelöljük az adott egyeneseket e és e_1 -gyel, a kör középpontját O -val és sugarát r -rel.

Húzzunk az adott egyenesekkel párhuzamosakat r távolságban, ezek e' és e'_1 . Az a kör, mely e párhuzamosakat érinti és O ponton átmege, közös középpontú a kívánt körrel.



Mert, ha az $r = XX_1 = YY_1 = OT$ közökből az $O_1X_1 = O_1Y_1 = OO_1$ közöket kivonjuk, marad $O_1X = O_1Y = O_1T$.

Főadatunk tehát ez: keressük ama kör középpontját, mely O ponton áthaladva az e' és e'_1 egyeneseket érinti. A *III.* főadat értelmében e kör középpontjának egyik mértani helye a segédegyenesek szögének szimmetrálisa és az ott tárgyalt szerkesztéssel nyerjük e' egyenesen a Z_1 és X_1 pontokat. Eme pontokon át az e és e_1 egyenesekre merőlegesen húzott egyenesek megállapítják az X és Z pontokat és metszésök az említett szögssimmetrálissal az O_I és O_{II} középpontokat. Egyik kör az adottat belülről érinti, a másik kör a baloldalon levő tompaszögben az adott kört kizárólag érinti.

Ha r távolságban az adott egyenesekkel úgy rajzolunk párhuzamosakat, hogy e' e -től balra, e'_1 e_1 -től jobbra essék, akkor ez egyenesek képezte hegyes szögekben kapunk egy-egy kört, melyeknek középpontját az előbbi szerkesztés ismétlése után nyerhetjük.

Ha mindkét egyenes baloldalán húzzuk r távolságban a párhuzamosakat, ismét a tompa szögekben nyerjük a köröket.

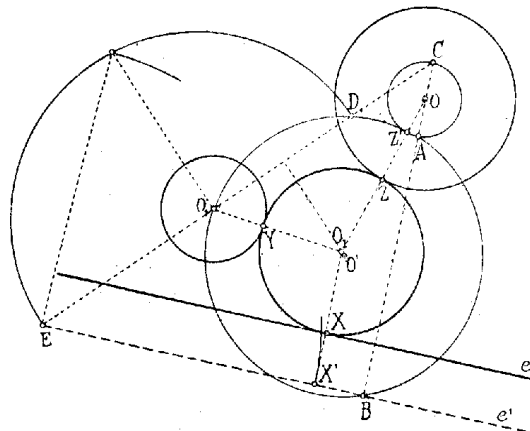
Végül, ha ismét az egyenes ellenkező oldalain rajzoljuk a párhuzamosakat: e' e -től jobbra és e'_1 e_1 -től balra, akkor ismét kapunk a hegyes szögekben egy-egy kört.

Ebben az általános esetben, amidőn ugyanis az adott kör az adott egyenesek képezte mind a négy szögbe belevág, nyolc megoldást nyerünk.

VII. Adva van két kör és egy egyenes. Szerkesszük meg azt a kört, mely ezeket az elemeket érinti.

O és O_1 a körök középpontjai, e az egyenes. Legyen továbbá r a nagyobb, r_1 a kisebb kör sugara.

O körül $r - r_1$ sugárral kört és e -vel r_1 távolságban e' párhuzamost rajzolunk. Az a kör, mely az $r - r_1$ sugarú kört és e' egyenest érintve O_1 ponton halad át, közös középpontú a keresett körrel. Így e főadatát visszavezettük a *IV.* esetre.



A szerkesztés menete a következő: $OB \perp e'$; az O_1A és B pontokon áthaladó kör középpontja O' . Ezt a kört CO_1 átszelő D pontban metszi; ED és EO_1 közök mértani közeparányosát E ponttól e' -re mérve nyerjük X' pontot.

(E -től e' -nek másik oldalára nem vittük föl e középarányost.) X' -ben e' -re állított merőleges és O_1D szimmetrálisa meghatározzák annak a körnek O_1 középpontját, mely a föltételeknek megfelel. (Ezt a kört nem rajzoltuk meg, mert majdnem összeesik az O' középpontú körrel.)

Az így szerkeszthető körök az adottakat kizárólag érintik.

Ha e -vel r_1 távolságban e -nek másik oldalán is rajzolunk párhuzamost és az egész szerkesztést megismételjük, oly köröket nyerünk, melyek az adottakat körülfogva érintik.

Ha O körül $r + r_1$ sugárral rajzolunk kört és e -vel párhuzamost oly értelemben, mint az ábrában, akkor oly körök rajzolhatók, melyek O kört körülfogva, O_1 kört pedig kizárólag érintik.

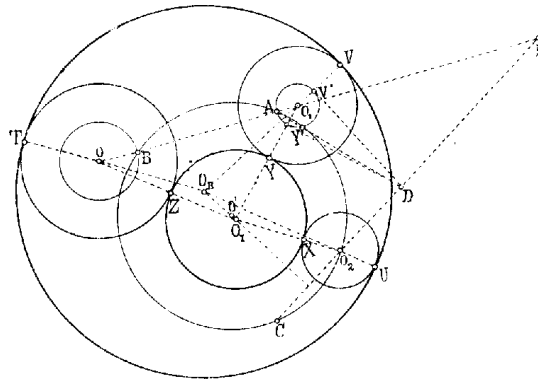
Ha ismét $r + r_1$ távolsággal rajzolunk O körül kört, de e -nek másik oldalán vele párhuzamost, akkor a két kör O_1 kört körülfogja és O kört nem.

Eszerint az összes megoldások száma nyolc.

VIII. Adva van három kör. Keressük azt a kört, mely ezeket érinti.

Az adott körök középpontjai O , O_1 , O_2 és sugarai r_1 , r_2 , r_3 . Rajzoljunk O körül $r - r_2$ és O_1 körül $r_1 - r_2$ sugarakkal köröket. Az a kör, mely e segédköröket érinti és O_2 ponton áthalad, közös középpontú a kívánt körrel.

Jelölje x e kör sugarát, úgy a keresett köré lesz $x - r$.



E föladatot így visszavezettük az V. esetre. A szerkesztésre szolgáló segédkör A , B és O_2 pontokon halad át, középpontja O' ; e kör és O_1 kör közös húrjának és O_2H -nak D (H a két O és O_1 középpontú segédkör külső hasonlósági pontja) metszéspontjából az O_1 segédkörhöz vont érintők V' és Y' érintési pontokra vezetnek. – CO_2 köz szimmetrálisán a $V'O_1$ és $Y'O_1$ egyenesek ama körök középpontjait jelölik meg, melyek a nevezett (adottakkal koncentrikus) köröket érintve O_2 ponton áthaladnak. (Maguk e körök a rajzban hiányoznak.)

Ha e körök egyikének sugarát r_2 -vel kisebbítjük, akkor az O_1 pont körül leírható ama kör sugarát nyerjük, mely az adottakat kizárólag érinti; míg, ha a másik kör sugarait r -rel nagyobbítjuk, úgy az összeggel – mint rádiusszal – O_1 körül oly kört írhatunk, mely az adottakat körülfogva érinti.

Ha $r + r_2$ és $r_1 + r_2$ sugarakkal rajzolunk O és O_1 körül köröket akkor az egész szerkesztés ismétlése után oly köröket nyerünk, melyeknek egyike O_2 kört körülfogva O és O_1 köröket kizárólag, másika O_2 kört kizárólag és O és O_1 kört körülfogva érinti.

Ha O körül $r + r_1$ és O_2 körül $r + r_2$ sugarakkal rajzolunk köröket és az V. esetben leírt szerkesztés szerint oly kört keresünk, mely e segédköröket érintve O_1 ponton halad át, akkor oly körökre jutunk, melyek közül az egyik az O_1 kört körülfogva, O és O_2 köröket pedig kizárólag, a másik viszont O_1 kört kizárólag és O és O_2 köröket körülfogva érinti.

Végül, ha O_1 körül $r + r_1$ és O_2 körül $r + r_2$ sugarakkal rajzolunk köröket és ezt a segédkört állítjuk elő, mely eme köröket érintve O ponton halad át, akkor két oly kört nyerünk, melyek közül az egyik O kört körülfogva, O_1 és O_2 köröket kizárólag, a másik pedig O kört kizárólag és O_1 és O_2 köröket körülfogva érinti.

Eszerint az összes lehetséges esetek száma 8.