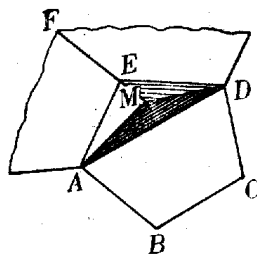


A következı sorokban a dodekaéder lapjainak hajlásszögét a gömbháromszögtan képletei nélkül határozzuk meg. Legyen $ABCDE$ a dodekaéder egyik oldallapja. Az EF élet hosszabbítsuk meg s A és D -bıl bocsássunk reá merılegeseket.



Ezek talppontja ugyanazon M pontba esik, mert

$$AE = ED, \quad \angle EAM = \angle EDM,$$

tehát

$$\triangle AEM \cong \triangle EDM.$$

A hajlásszög, (amelyet $2v$ -vel jelölünk) nem más mint $\angle AMD$.

Az AMD háromszögben $AM = MD$, $2v$ a csúcsnál levő szög, tehát

$$(1) \quad \sin v = \frac{1}{2} \frac{AD}{AM}.$$

Az AD és AM hosszak egyszerűen kifejezhetők. Az AED háromszögbıl:

$$\angle DAE = 36^\circ,$$

$$(2) \quad AD = 2 \cdot AE \cdot \cos 36^\circ,$$

továbbá az AEM háromszögbıl: $\angle AEM = 72^\circ$,

$$(3) \quad AM = AE \cdot \sin 72^\circ = 2AE \cdot \sin 36^\circ \cdot \cos 36^\circ.$$

A (2) és (3)-at (1)-be írva, ered :

$$(4) \quad \sin v = \frac{1}{2 \sin 36^\circ}$$

mint ismeretes

$$\sin 36^\circ = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}}.$$

Ezt helyettesítve és racionálissá téve, végre lesz:

$$(5) \quad \sin v = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{10}}.$$

Ennek a segélyével könnyen levezethető a belül és körül írt gömb sugarának képlete, valamint a köbtartalom képlete is.