

A jelen kis dolgozat annak a kimutatását tűzte ki célul, hogy hogyan lehet a kört a körsugár századrésznél kisebb hibával tizennégy egyenlő részre osztani; azaz, hogy hogyan lehet a körbe írt szabályos tizennégyszög oldalát a körsugár századrésznél kisebb hibával megszerkeszteni.

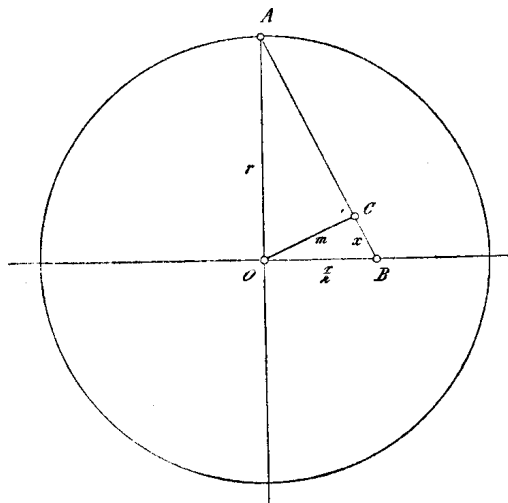
Bármely r sugarú körben számtalan oly derékszögű háromszög szerkeszthető, melyek átfogója

$$a = \sqrt{r^2 + \frac{r^2}{4}}$$

azaz

$$(1) \quad a = \frac{r}{2}\sqrt{5}.$$

Ha az ily derékszögű háromszögek átfogójára a kör középpontjából merőlegest bocsátunk, ez az m távolság a kört az említett pontossággal tizennégy részre osztja.



A rajzból látható, hogy

$$(2) \quad m = \sqrt{r^2 - (a - x)^2}$$

és

$$(3) \quad m = \sqrt{\frac{r^2}{4} - x^2},$$

miből következik, hogy

$$\sqrt{r^2 - (a - x)^2} = \sqrt{\frac{r^2}{4} - x^2},$$

a miből az (1) alatti kifejezés behelyettesítése után kapjuk, hogy

$$x = \frac{r}{2\sqrt{5}}$$

azaz

$$(4) \quad x = \frac{r\sqrt{5}}{10}.$$

Ha már most a (2) és (3) alatti egyenletekbe az (1) és (4) alatti kifejezéseket helyettesítjük, kapjuk, hogy

$$m = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\sqrt{5} - \frac{r\sqrt{4}}{10}\right)^2}$$

és

$$m = \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{5r^2}{100}}$$

melyekből m távolságra külön-külön kapjuk, hogy

$$m = \frac{r}{\sqrt{5}}$$

azaz

$$m = \frac{r\sqrt{5}}{5}.$$

A körbe írt szabályos tizennégyszög oldala pedig

$$s_{14} = 2r \sin \left(\frac{180}{14} \right)^\circ.$$

Legyen hosszúságegység a kör sugara, akkor

$$m = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$s_{14} = 2 \sin \left(\frac{180}{14} \right)^\circ.$$

A számítások elvégzése azt mutatja, hogy három tizedesnyi pontossággal

$$\frac{\sqrt{5}}{5} = 0,447$$

$$2 \sin \left(\frac{180}{14} \right)^\circ = 0,445.$$

Ebből kitűnik, hogy:

1. *A kérdéses távolság ugyan nem egyenlő a kérdéses sokszögoldallal, de a szerkesztés egységnyi sugrú körnél közelítőleg olyan hibával adja meg a sokszögoldalt, mely kisebb a hosszúságegység századrésznél.*

2. Tetszőleges sugarú körnél ez az eredmény így fejezhető ki:

A kérdéses szerkesztés közelítőleg olyan hibával szolgáltatja a sokszögoldalt, mely mindig kisebb a körsugár századrésznél.

Miskolcz.