A FELÜLETEK SÍKMETSZÉSI IDOMÁNAK

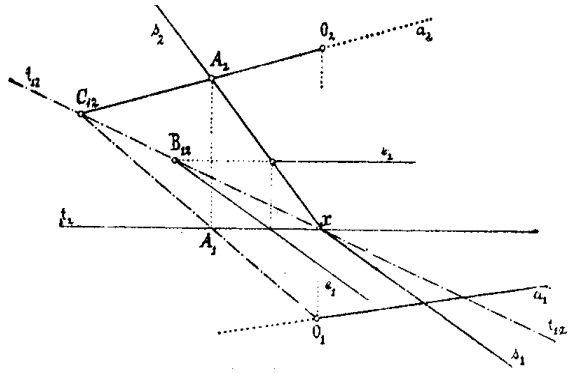
meghatározása azon esetben, ha a metsző síkot egyik nyoma és affinitási tengelye által ábrázoljuk orth. projectióban.

Orthogonális projectióban a második és negyedik térnegyedet felező sík – melyet coincidentiasíknak nevezünk – oly tulajdonságú, hogy pontjainak mellérendelt képei [első és második kép] a két képsík egyesítése után egybeesnek.

Minden sík a coincidentiasíkot egy egyenesben metszi, a melynek pontjai a fenti pontok tulajdonságával bírnak és a melynek mellérendelt képei [első és második kép] a két képsík egyesítése után egybeesnek. Ezen egyenest a sík *coincidentiavonalának* vagy Menger J. szerint a sík *affinitási tengelyének* nevezzük.

Egy adott sík coincidentiavonalát, affinitási tengelyét úgy határozzuk meg, hogy két egyenese mellérendelt képeinek egybeeső-, coincidentiapontját fölkeressük és azokat egy egyenessel összekötjük.

Így pl. az 1. ábrán az s sík coincidentiavonalának fölkereséséhez fölhasználjuk s_2 második nyomát és e egy első fővonalát. Az s_2 második nyomvonal mellérendelt képei egymást az X pontban-, az e fővonal mellérendelt képei pedig a B_{12} pontban metszik, a coincidentiavonal vagy affinitási tengely tehát B_{12} X egyenes, melyet ezentúl állandóan t_{12}-vel fogunk jelölni.



1. ábra

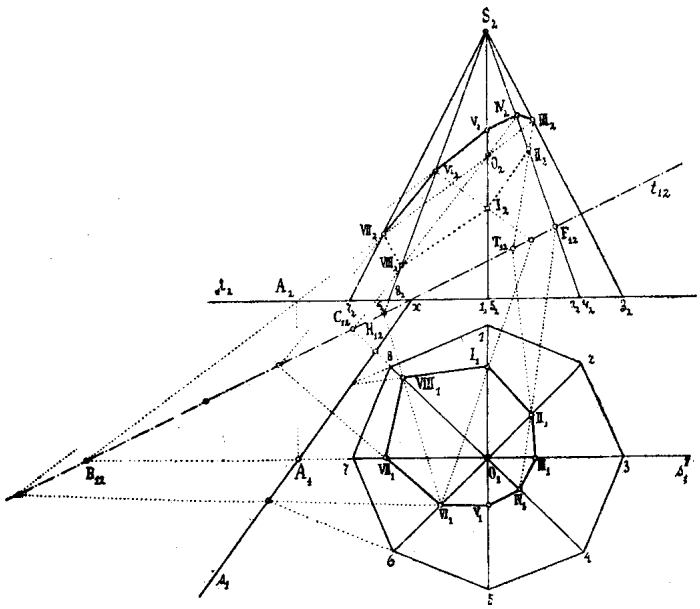
A sík affinitási tengelye előnyösen felhasználható egy térbeli egyenes adott síkon való valamely födőegyenesének meghatározásánál. Ezen meghatározás látható az 1. ábrán, hol s az adott sík és a az adott egyenes és keressük a térbeli a egyenesnek az s síkon való második födőegyenesét.

Az a egyenes második vetítő síkja az s síkot egy egyenesben metszi, a melynek második képe a_2-ben, második nyoma A_2-ben és mellérendelt képeinek egybeesőpontja, coincidentiapontja C_{l2}-ben van. A metszési egyenes első képe tehát $C_{12}A_1$, mely a keresett második ő első képe.

Látnivaló, hogy ezen meghatározás különlegessége abban rejlik, hogy a két sík metszési vonalának, illetőleg födőegyenes mellérendelt képeinek meghatározásánál ezen vonal coincidentiapontját C_{12}-t használtuk fel.

A következőkben bemutatjuk, hogy a födőegyenesek, illetőleg a két sík metszési vonalának ilynemű meghatározása miképpen használható fel a felületek síkmetszési idomának meghatározásánál.

A *II.* ábrán egy nyolczoldalú szabályos, egyenes gúla két mellérendelt képe van adva, s ugyanott a metsző sík s_1 első nyoma és t_{12} affinitási tengelye által van ábrázolva



II. ábra

A metsző síkot nem tetszőlegesen vettük fel, hanem kikötöttük, hogy az a gúla tengelyének O pontján menjen át, továbbá, hogy az O ponton átmenő második fővonala OB egyenes legyen. Meghatároztuk az OB egyenes első nyomát A_1-t és coincidentiapontját B_{12}-t és ezen pontokon át vezettük a metsző sík első nyomát s_1-t és affinitási tengelyét t_{12}-t, úgy hogy ezen pontokat a projectiótengely egyik pontjával, jelen esetben az x ponttal kötöttük össze. Az x pont felvételénél arra ügyeltünk, hogy általa az affinitási tengely olyan helyzetet kapjon, a melyben az a gúla oldalélei mellérendelt képeivel és pedig első vagy második képeivel metszésbe hozható.

A tengely O pontja közös pontja mindazon egyeneseknek, a melyekben a metsző síkot mindazon síkok metszik, a melyeket a gúla tengelyén fektetünk át.

A metszési idom egy nyolczszög, melynek csúcspontjait úgy határozzuk meg, hogy az egyes oldaléleknek a metsző síkon való nyomát fölkeressük. Keressük meg az $S3$, $S7$ oldaléleknek a metsző síkon való nyomát.

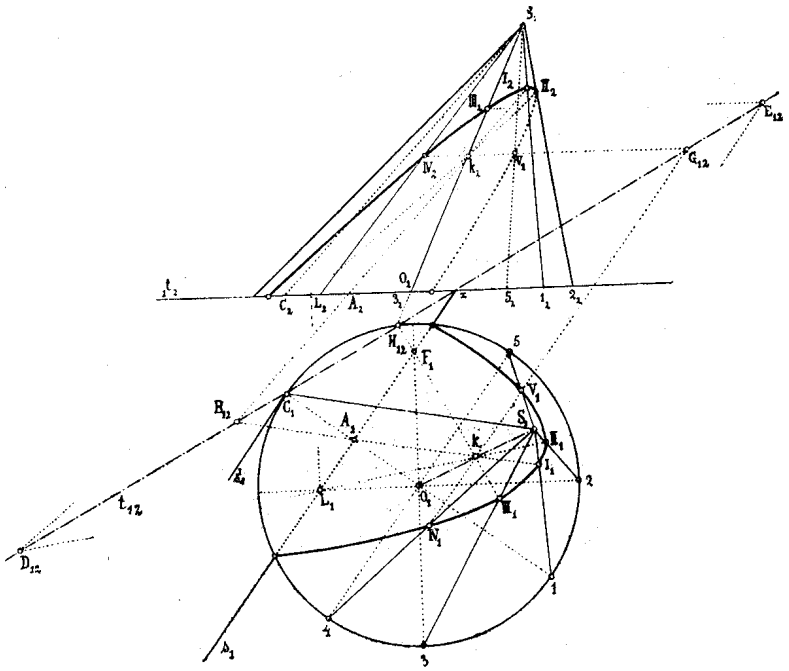
Az $S3$, $S7$ oldalélek első vetítősíkja a metszősíkot egy egyenesben metszi, mely ezen élek első födőegyenese, és a melynek első képe S_1^I-ben, első nyoma A_1-ben és coincidentiapontja B_{12}-ben van; a metszési egyenes második képe tehát $B_{12}O_2$, mely az $S3$, $S7$ élek második képeit a keresett pontok második képeiben III_2, VII_2-ben metszi, a melyeknek mellérendelt képei III_1, VII_1-ben vannak.

Az $S8$, $S4$ oldalélek nyompontjainak második képeit $VIII_2$, IV_2-t, ugyancsak ezen élek első födőegyenesével határoztuk meg. A mikor is a födőegyenes coincidentiapontját C_{12}-ben, a födőegyenes második képét pedig $C_{12}O_2$-ben kaptuk meg. A $VIII_2$, IV_2 pontok mellérendelt képei $VIII_1$, IV_1-ben vannak.

Ismervén az $S8$, $S4$ oldalélek nyompontjainak első képeit $VIII_1$, IV_1-t, az $S6$, $S2$ oldalélek második födőegyeneseinek első képeit úgy kapjuk meg, hogy ezeknek concidentiapontjait H_{12}, F_{12}-t a $VIII_1$, IV_1-el összekötjük. És ott a hol ezen egyenesek az $S6$, $S2$ oldalélek első képeit metszik, ott vannak ezen élek nyompontjainak első képei VI_1, II_1. Ez utóbbi pontok mellérendelt képének VI_2, II_2-nek meghatározásánál felhasználhatjuk azon affinitást is, mely a metszési idom első és második képe között létezik és a melynél az affinitási tengelyt a metsző sík t_{12} egyenese adja. Így határoztuk meg a II_1 pont mellérendelt képét II_2-t, a mikor a III_1 II_1 egyenes coincidentiapontja T_{12}-ben és mellérendelt képe T_{12} III_2-ben van.

Az $S1$, $S5$ oldalélek nyompontjainak első képeit I_1, V_1-t itt is csak azon collinear-rokonság alapján határozhatjuk meg, mely a gúla alap és metszési idoma között fennáll; ellenben az I_1, V_1 pontok mellérendelt képének I_2, V_2-nek meghatározásánál ismét felhasználjuk azon affinitást, mely a metszési idom első és második képe között van.

A III. ábrán egy ferde kúpot parabola szerint metszünk oly síkkal, mely s_1 első nyoma és t_2 affinitási tengelye által van adva orth. projectióban.



III. ábra

A metsző síkot azon föltétel mellett vettük fel, hogy az a kúp tengelyének k pontján menjen át, továbbá, hogy a kúp Sc alkotóiaval párhuzamosan haladjon. Ezen sík első nyomát s_1-t és affinitási tengelyét t_{12}-t úgy határoztuk meg, hogy a k ponton át az Sc alkotóval parhuzamosan vont egyenesnek első nyomát A_1-t és coincidentiapontját B_{12}-t meghatározván ezen pontokat a projectiótengely egyik pontjával összekötöttük. De ha azt is kívánjuk, hogy a metsző sík párhuzamos legyen a kúp azon érintő síkjával, mely a kúpot az Sc alkotó hosszában érinti, és a melynek első nyoma

S_1^I-ben van, akkor annak első nyomát s_1-t az S_1^I-el párhuzamosan vezetjük és meghatározván annak tengelypontját x-t, ezt a B_{12}-vel összekötjük.

A kúp tengelyének k pontja, közös pontja mindazon egyeneseknek, a melyekben a metsző síkot mindazon síkok metszik, a melyeket a kúp tengelyén SO-on fektethetünk át.

A metszési idom parabola, a melynek legmagasabb pontja az $S1$ alkotón van, még pedig azért, mert a metszési idom ezen pontjának érintője, a metsző sík első fővonala. Határozzuk meg ezen pontot.

Az $S1$ alkotón és az SO kúp tengelyen fektetett sík a metsző síkot egy egyenesben metszi, a melynek első nyoma A_1-ben, első képe A_1k_1-ben és coincidentiapontja B_{12}-ben van; az egyenes második képe tehát $B_{12}k_2$; és ott, a hol Bk egyenes mellérendelt képei az $S1$ alkotó mellérendelt képeit metszik, ott vannak az $S1$ alkotónak a metsző síkon való nyomának mellérendelt képei I_1, I_2.

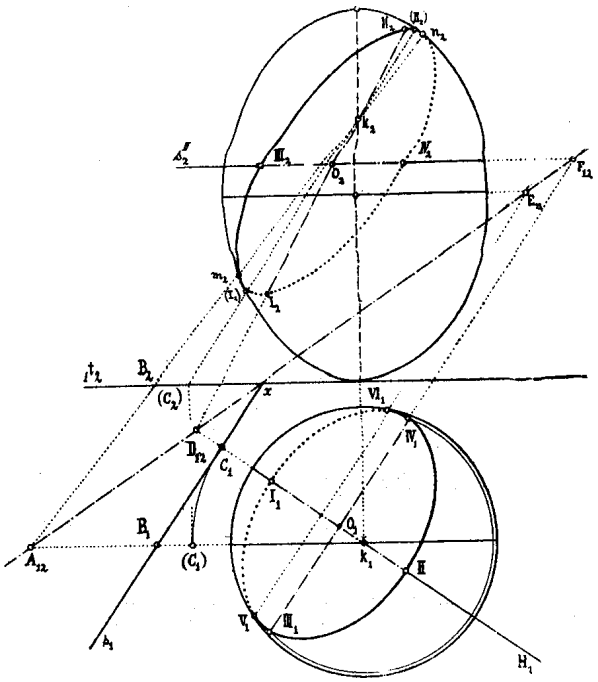
Az $S2$, $S3$, $S4$, $S5$ kúp alkotók nyompontjait a metsző síkon többé-kevésbé ugyanilyen eljárással határoztuk meg, mint az $S1$ alkotó nyompontját. Határozzuk meg az $S4$, $S5$ alkotók nyompontjait.

Az $S4$, $S5$ alkotókon és az SO kúptengelyen átfektetett sík – a melynek első nyoma 45 egyenes – a metsző síkot egy első fővonalban metszi, a melynek első képe k_1 G_{12}-ben, coincidentiapontja pedig G_{12}-ben van; a metszési egyenes második képe tehát G_{12} k_2. És ott, a hol ezen metszési egyenes mellérendelt képei találják az $S4$, $S5$ alkotók mellérendelt képeit, ott vannak a keresett átdöfési pontok mellérendelt képei IV_1, IV_2 illetőleg V_1, V_2.

Az $S3$ alkotó a metsző síkot egy pontban döfi, a melynek első képe III_1-ben van. Ezen pontot a fentebbiek alapján az F_1k_1 egyenessel határoztuk meg. De ezen egyenes mellérendelt képe $H_{12}k_2$ nem alkalmas a III_1 pont mellérendelt képének III_2-nek a meghatározására, mert $H_{12}k_2$ összeesik az $S3$ alkotó második képével. Ennélfogva a III_1-nek mellérendelt képét III_2-t a metsző síknak a III ponton átmenő első fővonalával határozzuk meg, a mikor is a fővonal első képe III_1E_2-ben, coincidentiapontja E_{12}-ben és második képe $E_{12}III_2$-ben van.

Az $S2$ alkotó nyompontjának II-nek meghatározását az Lk egyenessel eszközöltük. De az Lk egyenes coincidentiapontja kieshetik a táblasíkból; ilyenkor tehát az Lk egyenes második képét $D_{12}k_2$-t úgy határozzuk meg, hogy L_1-nek mellérendelt képét L_2-t a k_2-vel összekötjük.

A $IV.$ ábrán egy forgási ellipsoid két mellérendelt képe van adva, s ugyanott a metsző sík s_1 első nyoma és t_{12} affinitási tengelye által van ábrázolva.



IV. ábra

A metsző síkot azon föltétel mellett vettük fel, hogy az az ellipsoid tengelyének k pontján menjen át, továbbá, hogy a k ponton átmenő második fővonala kA egyenes legyen. Meghatározván kA egyenes B_1 első nyomát és mellérendelt képeinek egybeeső-, coincidentiapontját A_{12}-t, ezen pontokon át vezettük a metsző sík s_1 első nyomát és t_{12} affinitási tengelyét.

A metsző sík az ellipsoidot egy ellipsisben metszi, a melynek egyik tengelye azon pontok összeköttetése, a melyek az ellipsoid H delőjén feküsznek. Keressük meg ezen pontokat.

A H délősík a metsző síkot egy egyenesben metszi, a melynek első képe H_1-ben, első nyoma C_1-ben és coincidentiapontja D_{12}-ben van; a metszési egyenes második képe tehát $D_{12}k_2$, mely a H délő második képét a keresett pontokban metszi. De a H délő második képe nincs előállítva; hogy tehát a nevezett pontokat mégis előállíthassuk, a H délőt a benne fekvő Dk egyenessel együtt az ellipsoid tengelye körül beforgatjuk a fődélőbe. Beforgatás után a H délő a fődélővel esik össze, a Dk egyenes második képe – minthogy C_1 első nyoma beforgatás után (C_1)-be mellérendelt képe

(C_2)-be jutott – (C_2) k_2-be jön, mely helyzetben a beforgatott délőt (I_2), (II_2) pontokban metszi, a mely pontok visszaforgatás után I_2, II_2-be, s ezeknek mellérendelt képei I_1, II_1-be jönnek.

A metszési idom érintői az I, II pontokban a metsző sík első fővonalai, ezért ezeknek összeköttetése a kimetszett ellipsis egyik tengelye. A másik tengely az I, II-nek O felezési pontján át a metsző sík első nyomával párhuzamosan halad, tehát az a metsző sík első fővonala. Ennek végpontjait egyenközű kör segítségével határozzuk meg.

Az S^{II} egyenközű kör síkja a metsző síkot egy egyenesben metszi, mely a metsző sík első fővonala, s melynek második képe S_2^{II}-ben és coincidentiapontja F_{12}-ben van; a metszési egyenes első képe tehát az F_{12} ponton át a metsző sík s_1 első nyomával párhuzamosan halad és ott a hol a kimetszett egyenközű kör első képét metszi, ott vannak a keresett végpontok első képei III_1, IV_1, melynek mellérendelt képei III_2, IV_2-ben vannak.

Ugyanilyen eljárással határoztuk meg a metszési idom azon pontjait, a melyek az equator körön feküsznek és a melyeknek első képeik V_1, VI_1-ben vannak. Ez esetben a két sík metszési vonalának coincidentiapontja E_{12}-ben és első képe $A_{12}k_2$-ben van.

A metszési idom azon pontjait, melyek a fődélőn feküsznek és melyeknek második képeik m_2, n_2-ben vannak, meghatározzuk a fődélő és metsző sík metszési vonalának coincidentiapontja segítségével; e pont A_{12}-ben, e metszési vonal második képe pedig $A_{12}k_2$-ben van.

Debreczen.