

Hero.

Hero másik munkája a geometria könyve, mely geometriai definíciókkal, a geometriának a Nílus kiáradásával kapcsolatos eredetéről és egy mértéktáblázattal kezdődik, további tartalma pedig nagyjában ez: négyzetek és téglalapok területének és átlóinak kiszámítása; derékszögű, egyenlő oldalú, egyenlő szárú és általános háromszögek; a derékszögű háromszögekben a raczionális oldalak keresése Pythagoras és Plato módszere szerint; annak megvizsgálása, vajon a háromszögben egy csúcsból bocsátott magassági vonal az oldalt magát vagy annak meghosszabbítását metszi-e; a Hero-féle képlet alkalmazása minden háromszögre; majd ismét a különböző négyszögek; a kör és részei, a kör kerülete és területe, körszelet és körgyűrű; e számításokban a π rendszerint $\frac{22}{7}$; végre pedig a szabályos sokszögek területének azok oldala által való kiszámítása.

"Geodaesia" című könyvének ugyanaz a tartalma, a mi a geometriájáé, tekintettel gyakorlati szükségletekre.

Ismét más műve a "Stereometrica", mely a különböző geometriai testek felületi és köbtartalmi számításait tárgyalja, de egyszersmind a gyakorlati élet körébe tartozó alakzatokat (pl. kagyló, csésze, amfiteatrum, éttermek, fürdőszobák, kutak, vödörök, puttonyok stb.) is felöleli. Tárgyalja e könyvben magas oszlopok magasságának meghatározását árnyékuk és egy pácza segítségével

a pácza árnyéka: oszlop árnyéka = pácza : oszlop aránylat alkalmazásával.

A "Metresis" című könyve különböző felület és köbtartalmi feladatoknak meglehetősen rendszertelen gyűjteménye. Említésre méltók ezek között az ú. n. kútfeladatok; ezekben azt az időt kell kiszámítani, mely alatt adott medenceze több csőből folyó vízzel telik meg, ha tudjuk, hogy mennyi idő alatt tölti meg egy-egy cső.

Végre pedig megemlítendő a mezőgazdaság könyve ($\gamma\epsilon\omega\pi\omicron\nu\iota\chi\omicron\nu\beta\iota\beta\lambda\iota\omicron\nu$), mely definíciókból indul ki és különböző planimetriai és stereometriai feladatok gyűjteménye, melyek a könyv címével kissé ellentétben állanak. Csak a könyv vége felé van néhány stereometriai feladat, melyek különböző alakú hordók és gabonamérő edények köbtartalmára vonatkoznak és így inkább megfelelnek mezőgazdasági kérdéseknek.

Hero munkái inkább gyakorlati tankönyvek, semmint elméleti dolgozatok, módszerük kissé mechanikus: $\pi\omicron\iota\epsilon\iota\omicron\upsilon\tau\omega\zeta$ (csináld így!) felszólítással fog rendesen a szerzője a feladat megoldásába és többnyire az olvasóra bízta, hogy az a feladatok menetéből magának szabályt felállítson. A gyakorlatot folyton szem előtt tartva, egyes irracionális mennyiségeket lehetőleg egyszerű közelítő törtekben ad meg; a $\sqrt{2}$ értéket $\frac{7}{5}$ -nek veszi, mint azt már Plato is tette (V. évf.

62. lap); a $\sqrt{3}$ értéket értéket pedig $\frac{26}{15}$ törttel közelíti meg. A $\sqrt{3}$ értékre különösen az egyenlő oldalú háromszög számításainál volt szüksége, a hol ugyanis a háromszög magassága $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ -szorosa a háromszög oldalának. Ezt az $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ értéket ó-egyiptomi modorban így jelöli: $\frac{2}{3}\frac{1}{5}$; Ahmes könyvében (IV. évf. 3. lap) is így találjuk a törteket, egyszerűen minden jel nélkül egymás mellé írva, a mi mindig azt jelenti, hogy a törtek összegét kell venni. Itt-ott Hero ily alakban is írta a $\frac{13}{15}$ -öt: $1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{30}$.

Legfontosabbak azonban azok a közelítő törtek, melyeket Hero geometriájában, metresisében és mezőgazdasági könyvében találunk és melyek annál is nagyobb jelentőségűek, mert tulajdonképpen trigonometriai számok. Hero ugyanis a szabályos sokszögek területét az illető sokszög oldalának négyzete által fejezi ki ily módon:

$$t_n = k_n a_n^2,$$

a hol t_n a szabályos n -oldalú sokszög területe, a_n a szabályos sokszög oldala és k_n az a szám, a mely megmutatja, hogy hányszor nagyobb a sokszög területe oldalának négyzeténél; Hero ezt a k_n számot határozta meg közelítő törtek által a szabályos háromszögtől kezdve a szabályos tizenkétszögig; tudjuk, hogy

$$k_n = \frac{n}{4} \cdot \cotg \cdot \frac{180^\circ}{n}$$

s így látnivaló, hogy k_n csakugyan trigonometrikus szám. A következő táblázatban bemutatjuk Heronak közelítő törtjeit összehasonlítva az igazi értékekkel:

	Hero közelítő törtje	ugyanaz tizedes törtben	igazi értéke
k_3	$\frac{1}{30}$	0,433333	0,433012
k_4	$\frac{1}{12}$	1,000000	1
k_5	$\frac{7}{5}$	1,714285	1,720477
	$\frac{3}{13}$	1,666666	
k_6	$\frac{5}{43}$	2,600000	2,598176
k_7	$\frac{12}{29}$	3,583333	3,633910
k_8	$\frac{6}{51}$	4,833333	4,828427
k_9	$\frac{8}{38}$	6,375000	6,181824
	$\frac{6}{15}$	6,333333	
k_{10}	$\frac{2}{66}$	7,500000	7,694208
k_{11}	$\frac{7}{45}$	9,428571	9,370872
k_{12}	$\frac{4}{4}$	11,250000	11,196152

Mint látjuk, gyakorlati céloknak elegendő pontosságúak e közelítő törtek. Hogy miképpen számította ki azonban Hero e törteket, arról semmi adatunk nincsen; talán felhasználta a Hipparchos-féle húr táblázatot (IV. évf. 53. lap), melynek h -ja a Hero-féle k_n -nel ebben az összefüggésben van:

$$k_n = \frac{n}{4} \sqrt{\frac{4}{h^2} - 1}$$

de az is lehet, hogy más módon közvetlenül vezette le a szorzókat.

Végre megemlítjük, hogy Hero egy igen sajátos geometriai probléma ötletéből az $ax^2 + bx = c$ vegyes másodfokú egyenlet megoldását is meghatározta, oly módon, hogy az egyenlet bal oldalát teljes négyzetté átalakította:

$$\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2,$$

miből:

$$x = \frac{\sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}{a}$$