

## Diokles.

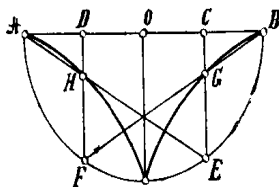
(Kr. e. II. század.)

Diokles munkássága is a delosi probléma megoldásainak gyarapításában nyilatkozott. Az az eljárás, hogy két adott mennyiség közé két mértani középarányost kell ékelni, megadta a problémának szinte kanonikus alakját ez aránylatban:

$$a : x = x : y = y : b.$$

Plato óta mindig ezt az  $x$ -et: a kisebbik középarányost iparkodtak meghatározni és a probléma megoldásai csakis az  $x$  meghatározásának módja szerint különböztek egymástól. Plato mutatta be a feladatot a legegyszerűbb figurációban, a probléma későbbi megoldói egyre komplikáltabb és körmönfontabb összefüggések alapján tárgyalták a kérdést. E tekintetben körülbelül Archytas és Nikomedes érték el a tetőpontot (V. évf. 82. lap és VIII. évf. 129 lap); talán egy fokozattal egyszerűbb megoldást mutatott be Diokles ugyancsak egy görbe segítségével, melynek neve *repkényvonal* (*cissois*).

Diokles eljárása szerint úgy szerkesztjük meg ezt a görbét, hogy egy félkör átmérőjére merőlegesen a középponttól jobbról és balról szimmetrikusan fekvő  $C$  és  $D$  pontokon át (l. ábra)  $CE$  és  $DF$  húrokat rajzolunk.



Kössük össze az  $E$  pontot  $A$ -val, a  $B$  pontot pedig  $F$ -vel; az  $AE$  a  $DF$  húr  $H$  pontban, a  $BF$  a  $CE$  húr  $G$  pontban metszi; e  $G$  és  $H$  pontok máris a görbének pontjai. Az ily módon származott görbének két ága van, melyek csúcspontot alkotnak. Mivel az átmérőre merőleges félhúr mértani közép az átmérő szeletei között, azért

$$AD : DF = DF : DB.$$

A  $BDF$  és  $BCG$  háromszögek hasonlók egymáshoz s így:

$$DF : DB = CG : CB;$$

ez az aránylat hozzácsonthozható az előbbihez, úgy hogy:

$$AD : DF = DF : DB = CG : CB.$$

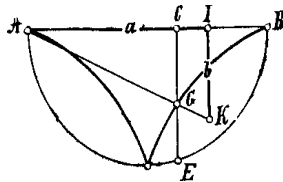
Mivel azonban  $AD = CB$ ,  $DF = CE$  és  $DB = AC$ , úgy:

$$CB : CE = CE : AC = CG : CB.$$

Fordítsuk meg eme aránylat mind három arányában a tagokat és cseréljük fel egymással az első és második arányt, akkor ezt a folytonos arányt nyerjük:

$$AC : CE = CE : CB = CB : CG.$$

Ha két adott egyenes:  $a$  és  $b$  közé akarjuk ékelni a két középarányost:  $x$ -et és  $y$ -t, úgy járunk el, hogy a félkör átmérőjére felrakjuk az  $AI = a$  távolságot és erre merőlegesen az  $I$  ponton keresztül az  $IK = b$  távolságot.



Húzzuk meg az  $AK$  egyenest, mely a görbét  $G$  pontban metszi és bocsássuk a  $G$  pontból az átmérőre a  $GC$  egyenest; ekkor:

$$a : b = AC : CG.$$

Mivel a görbe vonal tulajdonsága alapján

$$AC : CE = CE : CB = CB : CG$$

és a feltétel értelmében

$$a : x = x : y = y : b.$$

azért

$$a : AC = x : CE = y : CB = b : CG.$$

Diokles ezenkívül még egy feladattal foglalkozott, melyet már Archimedes kitűzött és tárgyalt is (VII. évf. 89. lap), hogy a gömb egy sík által adott arányban metszendő két részre; ezt a feladatot Diokles a ("Gyújtótükrökről") című művében kúpszeletek segítségével oldotta meg.