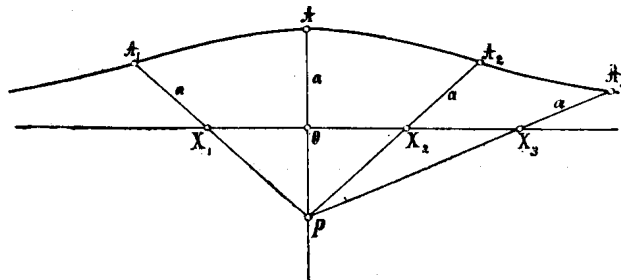


N i k o m e d e s .

(Kr. e. II. század.)

A Kr. e. III. század három óriásának működése után nem igen lehetett szó újabb eredményekről, további fejlődésről a matematika terén. Euklides, Archimedes és Apollonius a lehető legmagasabb fokra emelték tudományukat bámulatos lángelméjükkel; kisebb tehetségek csakis az esetleg továbbra is megoldás nélkül maradt kérdésekkel foglalkozhattak vagy olyanokkal, melyeket amazok vetettek fel. Azért is ne csodálkozzunk, a mikor e nagy eredmények után ismét csak a delosi problema, a triszekció, esetleg egy-egy körmérési feladat lép fel és a Kr. e. II. század matematikusai összes munkásságukat csak ily kérdésben fejtik ki. Hiszen mi magunk, kik pedig matematikai módszerben nevelve, néhány évi tanulás után megismerhetjük mindazt, a mit e nagy elmék 2000 évvel ezelőtt tudtak, nemcsak bámulva csodáljuk ez eredményeket, hanem egyszerűen érthetetlen rejtélynek tartjuk azt a körülményt, hogy ők tulajdonképpen rendszeres matematikai iskolázottság híján annyi tudomány birtokába tudtak jutni és e tudományhoz még módszert is adni. Szinte természetesnek tűnik fel, hogy ekkora haladás után bizonyos stagnálás álljon be: a haladás oly rohamos volt, hogy az elmék nem is voltak eléggé érettek és elkészültek arra, hogy ez óriási anyaggal megküzdjenek. Nem csoda tehát, hogy a nagy matematikusokat közvetlenül követők nem bírtak arra a magaslatra fellépni, melyen azok voltak és nem gyarapították a tudományokat nagyszabású munkálatokkal, sem módszert nem dolgoztak ki, hanem megelégedtek az előbb említett, szinte már konvencionális kérdésekkel.

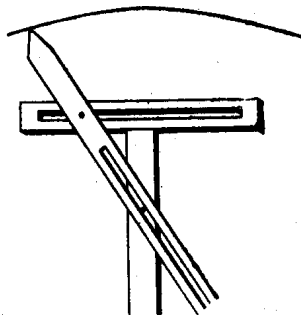
Elsőnek *Nikomedest* említjük meg azok közül, kiknek neve e problémákhoz fűződik. Személyéről egyebet nem tudunk, mint azt, hogy Kr. e. 200 körül szerkeszthette meg azt a görbe vonalat, mellyel a következőkben részletesebben foglalkozunk.



E görbe neve: *kagylóvonal* (*conchois*) és úgy keletkezik, hogy egy egyenesnek (1. ábra) állandó P pontjából sugarakat húzunk az ezen egyenesre merőleges OX egyenesnek egyes pontjaihoz: $O, X_1, X_2, X_3, \dots$ és e pontokból a sugarakra állandó a távolságot rakunk fel $A, A_1, A_2, A_3, \dots$ felé, úgy hogy:

$$a = OA = X_1A_1 = X_2A_2 = X_3A_3 = \dots$$

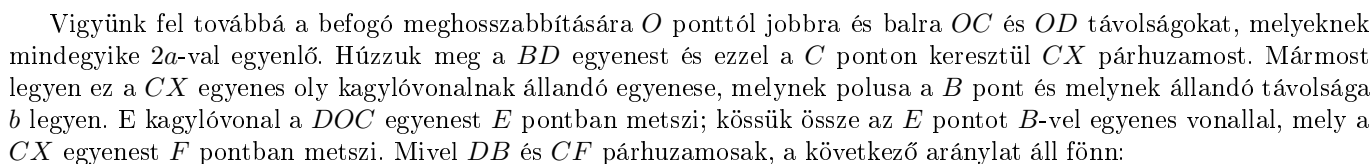
Nikomedes maga ezt a P pontot *pólusnak* ($\pi\acute{o}\lambda o\varsigma$) nevezte, a görbét pedig egy eszköz segítségével rajzolta meg. Ez eszköz szerkezetét a mellékelt ábra teljesen megérteti: bővebb magyarázatra nincs szükség.



Nikomedes azt mutatta ki e vonalról, hogy az mindinkább közeledik az állandó egyeneshez és hogy minden egyenes vonal, mely az állandó egyenes és a kagylóvonal között fekszik, ez utóbbit metszi, végre pedig felhasználta a görbét a delosi probléma megoldására, a miben páratlan matematikai éleslátást tanúsított. Nikomedes eredeti szerkesztése a következő: legyen a két egyenes a és b , melyeknek kétszeresei közé két középarányos: x és y ékelendő, úgy hogy a következő aránylat legyen:

$$2a : x = x : y = y : 2b.$$

Szerkesszünk oly derékszögű háromszöget, melynek egyik befogója: $OA = a$ és átfogója: $OB = b$ (1. ábra).



ha CE -t y -nal és BF -et x -szel jelöljük, így írhatjuk az aránylatot:

Vonjuk ki az utótagokat az előtagokból, lesz :

miből:

ezt az egyenletet ismét más aránylatban fejezhetjük ki :

Most még csak az x és y közötti arányt kell megtalálnunk. E végből vegyük tekintetbe, hogy az AB egyenes az OAB és EAB derékszögű háromszögek közös befogója és mint ilyen, négyzete a Pythagoras tétele által kifejezhető:

az egyszerűbb jelzéseket behelyettesítve:

mib őr:

tehát:

Ezt az utóbbi: $(y + 2a) : (x + 2b)$ arányt azonban még máshonnan is meg kell határoznunk. Szerkesszünk az $OC = 2a$ oldalra $OCHG$ téglalapot, melyben $OG = 2b$ és kössük össze az E pontot a H ponttal, úgy hogy ez az egyenes meghosszabbítva I pontban messe az OG oldal meghosszabbítását. Mivel IGH és HCE hasonlók egymáshoz, azért:

vagyis:

Mert azonban már egy

$$2a : x = y : 2b$$

aránylatunk volt, azért tehát $GI = x$. Végre pedig IOE és HCE háromszögek is hasonlóak; e miatt:

$$OR : OI = CE : CH,$$

vagyis:

$$(y + 2a) : (x + 2b) = y : 2b.$$

Mivel pedig már egy

$$x : y = (y + 2a) : (x + 2b)$$

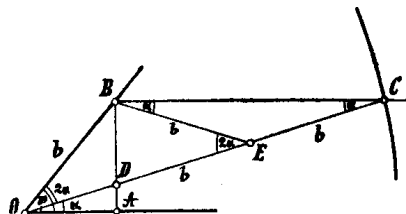
aránylatunk volt, ez a most nyerttel egybevetve, lesz:

$$x : y = y : 2b$$

s így végre:

$$2a : x = x : y = y : 2b.$$

Nikomedes a kagylóvonalat valamely szögnek megharmadozására is igen ügyesen felhasználta.



E célból a φ szög egyik szárára AB merőlegest állítunk (l. ábra); ezt a vonalat felhasználjuk oly kagylóvonal állandó egyenesesül, melynek polusa az O pont és melynek állandó távolsága: az $OB = b$ átfogónak a kétszerese; a kagylóvonal C pontban metszi a B ponton keresztül, az OA -val vont párhuzamost; kössük össze még a C pontot O -val, akkor a $\angle COA = \alpha$ máris a φ szögnek harmadrésze. Ezt könnyen bebizonyíthatjuk: legyen az OC metszési pontja az AB -vel: D , akkor a feltétel szerint $CD = 2b$; ha pedig e CD egyenes középpontját E -vel jelöljük, akkor azt látjuk, hogy a BCE és OBE háromszögek egyenlőszárúak; a BCE háromszögben a két egyenlő szög: $\angle BCE = \angle CBE = \alpha$; mivel pedig a $\angle BED$ a $\angle BEC$ mellékszöge, azért az OBE háromszögben a két egyenlő szög: $\angle BED = \angle BOD = 2\alpha$. Végre pedig $\angle BCE = \angle AOD = \alpha$, mint belváltószögek s így csakugyan $\varphi = 3\alpha$.