

"Elemek".

Euklides művét a közlötték után még bővebben méltatni fölöslegesnek tartom. "Értékéről csak egy véleményt alkottak. E mű volt az ókorban a geometria klasszikus tankönyve; majdnem minden nyelvre lefordították és számtalan kiadásban sokszorosították; e mű úgy a mesternek, mint a tanítványnak táplálékot és kielégítést nyújt ...," mondja Mollweide a német Euklides-kiadás bevezetésében.

A következőkben még néhány történeti adatot közlök e munkáról:

Euklides eredeti kézírata, mely az alexandriai múzeum könyvtárában volt meg, elveszett, valószínűleg elégett a könyvtárral együtt. Nagy szerencse volt, hogy *alexandriai Theon* Kr. u. 365 körül kommentárral kiadta a művet. Nagy köszönet ugyan nem volt e kiadásban, mert Theon sokat változtatott, hozzátett, össze-vissza cserélgetett, javíttatott a javításra alig szoruló műben. Körülbelül egy századdal később *Proclus* (410-485), ki hosszabb ideig Alexandriában tartózkodott, szintén kommentárt írt Euklides művének legtöbb könyvéhez. Kár, hogy Proclus kommentárjából csak az "Elemek" I. könyvére vonatkozó rész maradt meg. A IX. században Al-Mamun bagdadi kalifa (813-833) parancsára a mű egyes részeit arabra fordították. A XII. században egy bathi Atelhart nevű angol szerzetes Euklidest arabból latinra fordította 1120 táján. Ugyancsak arabból való latin fordítás volt az, melyet Erhardus Ratdolt Augustensis 1482-ben Velenczében nyomtatott; ez volt egyszersmind a legrégebb nyomtatvány, melyben matematikai ábrákat lehet találni. Görögből közvetlenül Zamberti és Commandini fordították latinra; Zamberti fordítását 1502-ben szintén Velenczében nyomtatták, de Párisban adták ki, 1508-ban pedig újra Velenczében.

Az "Elemek" első görög kiadása a Grynaeus-féle, mely 1533-ban Baselben jelent meg; teljes címe:

EUKΛΕΙΔΟΣ

στοιχείων, βιβλ. ιε' ex τῶν Θέωνος ουνουσιῶν. Εἰς τοῦ αὐτοῦ τόπῳ ῥηωτοῦ ἐξηγημάτων τοῦ Πρόχλου βιβλ. δ. Adjecta praefatiuncula, in qua de disciplinis Mathematicis nonnihil. (Sim. Grynaeus). Bas(ileae) apud J. Hervag mense Septembri 1533.

Ennek a kiadónak, mint több utána következőnek is az volt a véleménye, hogy Euklides csak a feladatokat hagyta ránk írásban és hogy a bizonyítások és az ábrák Theontól valók; azért minden bizonyítás elé oda is teszi Theonnak, mint szerzőnek a nevét. Ugyanily felfogású a Caianus-féle kiadás (Róma 1545), mely csak a propozíciókat nyomtatja ki, mint Euklides egyedüli tulajdonát, a bizonyításokat és az ábrákat pedig kihagyja.

Ezzel szemben pedig a Gregory-féle oxfordi kiadás (1703), mely Euklides összes munkáit görögül és latinul tartalmazza, azt a nézetet vallja, hogy a bizonyítások szövegét is Euklides írta, de Theon többé-kevésbé módosította, illetőleg elrontotta. Az újabb kor is e véleményhez szit és általános törekvés lett, Euklides művét Commandini latin fordítása szerint kiadva, a bizonyításokat Theon rontásaitól megtisztítani, az általa valószínűleg kihagyottakat helyreállítani, szóval, Euklides eredeti szövegét lehetőleg visszaállítani.

Az azóta megjelent Euklides-kiadásokat mind ily szempontból rendezték; úttörők és irányadók természetesen mindig az első kiadások voltak a modern nyelvekre való fordításokban; az első ezek között a német volt, melyet Lorenz rendezett 1781-ben; azóta már számtalan kiadást ért. Francia kiadást Peyrard rendezett (1814-1818). A legtöbb kiadás angolul van meg.

Végre bennünket leginkább érdekelhet Euklides magyar fordítása, melyet Brassai Sámuel (1797-1897), a hírneves magyar tudós rendezett 1865-ben a M. T. Akadémia megbízása folytán.

Egyéb művek.

Euklides az "Elemek"-en kívül még egyéb munkákat is írt; első helyen említendő meg az a két mű, mely tárgyilag az "Elemek"-kel áll kapcsolatban. Az első ezek között a *Δεῦμενα* (Data, adatok), mely az "Elemek" felfrissítésére szolgáló definíciók és tételek gyűjteménye. A definíciók megmondják, hogy a nagyság szerinti adatok: a tér, a vonal és a szög, a helyzet szerinti adatok pedig: a pont és ismét a vonal meg a szög, ha ugyanis mindig ugyanazon a helyen vannak. A definíciók után 95 tétel következik, melyek megállapítják, hogy ha bizonyos dolgok adottak, mily más dolgok is adottak. Említésre méltók ezek:

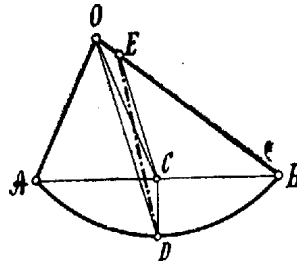
1. *Adott mennyiségek egymáshoz adott arányban vannak.*

25. *Ha két adott vonal egymást metszi, metszési pontjuk is adott.*

40. *Ha a háromszög mindegyik szöge nagyság szerint adott, a háromszög fajára nézve adott.*

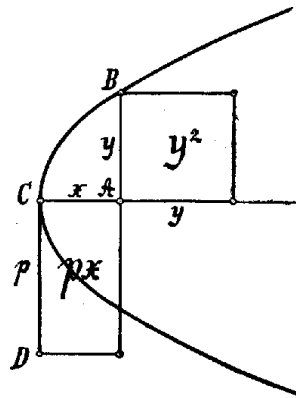
A másik mű a *Πόρισμα*, a porizmák három könyve, melyek azonban elvesztek; tartalmukat Pappus adataiból ismerjük csak. Porizma (πόρος, likacs) adott dolgokból meghatározott, habár még ismeretlen dolgokra való átmenetelt jelent; így pl. egy adott körnek a középpontja is meg van határozva, de csak bizonyos szerkesztés alapján található meg. A porizmák könyvében 171 tétel volt, melyek az "Elemek" önálló alkalmazásai.

Igen érdekes tárgyat tartalmazó könyv még a *Περί διαίρεσεων βιβλίον* (De divisionibus), "Az idomok felosztásának könyve", mely arab fordításban volt meg. 1563 körül találta meg és fordította latinra ezt a művet John Dee; a Gregory-féle Euklides-kiadásban pedig már fel is vették. A műben foglalt feladatok közül ezeket említem meg: a háromszög és a négyszög egy adott vonallal párhuzamos egyenes által adott arányban osztandó fel; az ötszög vagy az egyik csúcspontjából kiinduló vagy pedig egyik oldalával párhuzamos egyenes által adott arányban osztandó fel. Euklides így oldja meg a feladatot (l. ábra): ha *C* az *AB* húr középpontja, akkor az *OC* és az *AB*-re merőleges *CD* által képezett *OCD* törött vonal az idomot máris megfelezi.



Ha az OD -vel párhuzamos CE egyenest rajzoljuk meg, az OCD és OED háromszögek egyenlők és így a DE egyenes is megfelel az idomot.

Euklides a kúpszeletekről is írt négy könyvet; ezek ugyan elvesztek, mindazonáltal tudjuk, mi volt a tartalmuk s főleg ismerjük azt a felfogást és módszert, melyet Euklides e tárgyban kifejezésre juttatott. Euklides mindenekelőtt avval a görbével foglalkozik, mely a következő feltételeknek felel meg: válasszunk a görbe tengelyében egy A pontot (1. ábra) és emeljünk e pontban a tengelyre merőlegest: $AB = y$; viszont keressünk a görbe C csúcsán át a tengelyre emelt merőlegesen oly $CD = p$ hosszúságot, hogy a görbe bármely pontjára nézve az AB -re szerkesztett négyzet akkora legyen, mint a CA és a CD által képezett téglalap.



Euklides azt találta, hogy ennek a követelésnek a Menaechmos-féle triadok egyike, a derékszögű kúpszelet, mai elnevezésünkkel: a *parabola* felel meg. Ő tehát a kúpszeletek tárgyalásába is felületvetés módszerét vezette be, melyet az "Elemek" II. könyvében ismertet (V. évf. 42. lap). Ha a CA egyenest x -nek nevezzük, akkor a parabola előbb említett feltételét az egyenletben fejezhetjük ki:

$$y^2 = px.$$

Mindezekből azt láthatjuk, hogy a felületvetés a mai modern analitikai geometriának a tisztán geometriai alakja.

Euklides e módszert szigorú következetességgel az ellipszire és hyperbolára nézve is alkalmazza és azt találja, hogy az előbbinek:

$$y^2 = px - apx^2,$$

az utóbbinak pedig:

$$y^2 = px + apx^2$$

egyenlet felel meg, hol a valódi tört.

Ez egyenletekben első pillanatra ráismerünk azokra az $ax - x^2 = b^2$ és $ax + x^2 = b^2$ alakú egyenletekre, melyekkel az "Elemek" II. könyvének 5. és 6. feladatában az elliptikus és hyperbolikus felületvetés elnevezése alatt megismerkedtünk (VI. évf. 43. és 44. lap).

Euklidesnek további matematikai művei, melyek azonban szintén elvesztek: "A felületek mértani helyei" és a " $\Psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\alpha}\pi\iota\alpha$ " = az "Álkövetkeztetések").

Még egyéb, de nem matematikai művei: a "Phaenomena" csillagászati tartalommal, egy "Optika" és "Katoptrika", végre pedig zenéről és mechanikáról szóló töredékek.

Baumgartner Alajos.