

Euklides.

"Elemek": II. könyv.

A II. könyv terjedeleme nézve a legkisebb ugyan, de tartalom tekintetében egyike a mű legtanulságosabb részeinek, mert anyaga oly természetű, hogy bepillantást nyerünk az egész görög matematikai felfogásba és módszerbe.

Mielőtt e könyv részletes tárgyalásába belefognék, némi magyarázatot kell előre bocsátanom.

Az eddigiekből láttuk, hogy az irracionális mennyiségek mily fontos szerepet játszottak már Pythagoras óta a matematikusok tanulmányaiban. Nagyon korán vették észre, hogy e számok tulajdonképpen ki nem fejezhetők, "kimondhatatlanok" (IV. évf. 145. lap) és e miatt a velük való számítás is kivihetetlen. A görögök általánosítási törekvéseinek e mennyiségek tehát utjokban állottak: a mai értelemben vett általánosított mennyiségtan, algebra, nem fejlődhetett ki. Viszont figyelmen kívül sem lehetett hagyni e mennyiségeket, mert minduntalan felléptek. E "kimondhatatlan" mennyiségeknek ama tulajdonsága azonban, hogy geometriailag minden nehézség nélkül ábrázolhatók, mégis módot nyújtott arra, hogy velük foglalkozhassanak. A görög matematikusok tehát teljesen elejtették e mennyiségek számbeli jellegét és tisztán geometriai jelentésükkel foglalkoztak.

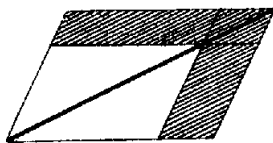
Miután minden ily "kimondhatatlan" mennyiség, mint pl. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{2}$, stb., geometriailag kifejezhető volt, az általános mennyiségek kifejezésére is a geometriai ábrázolás útjára tértek. Ha e "kimondhatatlan" mennyiségeket a görögök vagy még jobban vagy sehogysem ismerték volna, minden valószínűség szerint tisztán absztrakt algebra fejlődik ki náluk; így pedig, mivel azt találták, hogy minden mennyiségnek van geometriai értelme, minden matematikai fejtegetésüknek geometriai mezt kölcsönöztek és megteremtették ez által a *geometriai algebrát*.

Ily geometriai algebrát tartalmaz az "Elemek" II. könyve, melynek még egy gyakran előforduló kifejezésével kell megismerkednünk: ez a *gnomon*.

A pythagoreusok azt a térdalakú idomot nevezték gnomonnak, mely fennmarad, ha egy négyzetből egy kisebb négyzetet kivágunk, de úgy, hogy a két négyzet egyik csúcsa és az ennél levő derékszög egymást fűdjön. Ők leginkább azokkal a négyzetekkel foglalkoztak, melyek közül a nagyobbiknak oldala 1 egységgel hosszabb, mint a kisebbiknek n egységnyi oldala; ekkor a nagyobb négyzet tudvalevőleg $2n + 1$ négyzetegységgel nagyobb a kisebbnél; innen ered az, hogy a pythagoreusok idejétől kezdve a páratlan számokat gnomon-számoknak is nevezték.

Euklides a II. könyv 2. definíciójában a gnomon fogalmát kibővíti, a mennyiben ezt mondja:

Minden prallelogrammban az átló körüli egyik parallelogrammot két pótlékával együtt gnomonnak nevezzük. A fogalmazás kissé nehézkes; a mellékelt ábra alapján azonban minden nehézség és további magyarázat nélkül megértjük.



Még csak avval kell tisztában lennünk, hogy egy vonalra rajzolt négyzet általában egy számnak második hatványát, két vonal téglalapja pedig két számnak szorzatát jelenti; ezzel áttérhetünk a II. könyv részleteibe, mely könyv, mint már említettem, lényegében algebra, de formában geometria és melynek eszköze és módszere a *területek alkalmazása, vetése* ($\pi\alpha\rho\alpha\beta\omicron\lambda\eta'$).

Az 1. feladat ez:

Ha van két egyenes és az egyiket bárhány részre osztjuk: az adott két egyenes téglalapja egyenlő az osztatlan egyenes és a felosztott egyenes mindegyik szeletének téglalapjaival.

A szövegezés ily geometriai formában kissé nehézkes; sokkal egyszerűbben érteti meg a tételt a mai modern algebrai jelölésünk: ha

$$b = p + q + r + \dots,$$

akkor

$$ab = ap + aq + ar + \dots$$

A 2. feladat:

Ha egy egyenest bárhol elmeteszünk, az egész egyenes és mindegyik szeletének téglalapjai egyenlők az egésznek négyzetével.

Modern jelöléssel: ha az a szeletei x és $a - x$, akkor

$$ax + a(a - x) = a^2.$$

A 3. feladat értelme ez:

$$ax = (a - x)x + x^2.$$

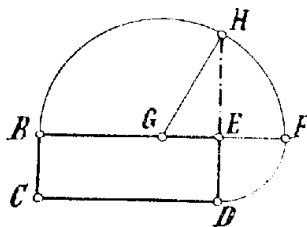
A 4. feladat szószerint ez:

A hegyesszögű háromszögekben a hegyes szöggel szemközi oldal négyzete a hegyes szöget bezáró oldalak négyzeteinél a hegyes szöget bezáró egyik oldal és ennek a magasságvonal által elmetsett a hegyes szög melletti szelete által képezett kétszeres téglalappal kisebb.

A II. könyv 14. és egyszersmind utolsó feladata ez:

Szerkesszünk adott egyenes vonalú idommal egyenlő négyzetet.

A megoldás menete az, hogy az idomot felosztjuk háromszögekre, melyek az I. könyv különböző feladatai alapján könnyen alakíthatók át téglalapokká; miután így tehát az eredeti idommal egyenlő téglalapot nyertünk, még csak a téglalappal egyenlő négyzetet kell szerkesztenünk, mely szerkesztést Euklides így végzi.



Legyen az adott téglalap $BEDC$; hosszabbítsuk meg BE oldalát F -ig, úgy hogy EF egyenlő legyen ED oldallal; felezzük meg a BF oldalt G pontban, rajzoljunk e pontból mint középpontból félkört, hosszabbítsuk meg DE -t H -ig, akkor EH lesz a $BEDC$ téglalappal egyenlő négyzet oldala.

Baumgartner Alajos.