

Legyen minden $p \geq 3$ prímszámra

$$S(p) = \sum_{k=1}^{\frac{p-1}{2}} \operatorname{tg} \frac{k^2 \pi}{p}.$$

(a) Igazoljuk, hogy ha $p \equiv 1 \pmod{4}$, akkor $S(p) = 0$.

(b) Igazoljuk, hogy ha $p \equiv 3 \pmod{4}$, akkor $\frac{S(p)}{\sqrt{p}}$ páratlan egész szám.