

Ha egy m tömegű pontszerű testet egy D rugóállandójú rugóra függesztünk, majd egyensúlyi helyzetéből függőlegesen kitérítjük, akkor a test harmonikus rezgőmozgást végez. A mozgással az **I. 417.** feladatban foglalkoztunk. A feladatot általánosítjuk, és most azt vizsgáljuk, hogy milyen mozgás alakul ki akkor, ha a kitérés kezdetben nem függőleges.

A test mozgásának leírása igen összetett, a részletek iránt érdeklődőknek ajánljuk a Fizikai Szemle 2006/10. számát: <http://fiztan.phd.elte.hu/nyilt/publokt/Tel-200610.pdf>. A pontszerű test mozgásegyenletének megoldása helyett alkalmazzunk szimulációt a mozgás leírására.

Legyen egy D rugóállandójú húzó-nyomó rugó, amely a kezdeti l_0 hosszúságtól való Δl megnyúlással vagy összenyomással ellentétes irányú, és azzal arányos $F_{\text{rugó}} = -D \cdot \Delta l$ erőt fejt ki. Az elhanyagolható tömegű rugó egyik vége egy pontban rögzített (e körül szabadon elfordulhat), másik végén egy m tömegű test található. Könnyen látható, hogy ha a testet egy pontban kezdősebesség nélkül elengedjük, akkor egy olyan függőleges síkban mozog, amely a rugó rögzítési pontját és a test kezdőpontját is tartalmazza. Feladatunk az, hogy ennek a síkmozgásnak a pályáját megrajzoljuk.

A szimulációt a következő leírás alapján végezzük:

1. Vonatkoztatási rendszerként célszerű olyan derékszögű koordináta-rendszert használni, amelynek y tengelye függőleges, origója pedig a rugó felfüggesztési pontja.
2. Kezdetben (és minden későbbi pillanatban) ismerjük a test $\mathbf{r}(x, y)$ helyvektorát, amiből kiszámítható a nyújtatlanul l_0 hosszúságú rugó aktuális hossza és Δl megnyúlása vagy összenyomódása.
3. A rugóerő nagyságát a $F_{\text{rugó}} = -D \cdot \Delta l$ képletből kapjuk, az erő irányát a test helyzetéből tudjuk meghatározni.
4. A testre a rugón kívül még a nehézségi erő hat. Az erőhatások függetlenségének elve alapján mindkét erőt felbonthatjuk a koordináta-rendszer tengelyeinek megfelelően, így ki tudjuk számítani az összegüket, tehát a testre ható eredő erő koordinátáit.
5. Ezek alapján megkapható a test \mathbf{a} pillanatnyi gyorsulásvektora, illetve annak koordinátái.
6. A test az adott helyzetéből Δt idő alatt elmozdul. A $\Delta \mathbf{r}$ elmozdulásvektort közelítsük a pillanatnyi sebesség és gyorsulás értékeiből a

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{a} \cdot (\Delta t)^2$$

képlet segítségével.

7. A test pillanatnyi \mathbf{v} sebességét Δt idővel később a $\mathbf{v}(\Delta t) = \mathbf{v} + \mathbf{a} \cdot \Delta t$ kifejezéssel adjuk meg.
8. Helyezzük tehát a testet az új helyére, végezzük el a rajzolást, majd folytassuk a szimulációt a 2. ponttól.

A program legyen felhasználóbarát, tehát oldjuk meg, hogy a fizikai paramétereket (m , D , l_0 , Δt) és a test $\mathbf{r}(x, y)$ kezdeti pozícióját a szimuláció megkezdése előtt a felhasználó megadhatta.

Beküldendő egy `i423.zip` tömörített mappában a szimulációt végző program forráskódja, a fordításhoz és futtatáshoz szükséges környezet leírása. A megoldáshoz a versenykiírásban szereplő fejlesztői rendszerek egyike, illetve ahhoz egyszerűen telepíthető ingyenes grafikus kiegészítő könyvtár (pl. SFML) használható.