

3. feladat. A Nagy Hadronütköztető (10 pont).

Ez a feladat a CERN-ben működő részecskegyorsító, a Nagy Hadronütköztető (Large Hadron Collider, LHC) fizikájával foglalkozik. A CERN a világ legnagyobb részecskefizikai laboratóriuma. Célja, hogy betekintést nyújtson a természet alapvető törvényeibe.

Az LHC-ben két részecskenyalábot gyorsítanak fel nagy energiára úgy, hogy azokat erős mágneses térrel gyorsítógyűrűben vezetik, és utána egymással ütköztetik őket. A protonok nem egyenletesen, hanem úgynevezett csomagokba rendeződve oszlanak el a gyorsító kerülete mentén. Az ütközés során keletkezett részecskéket hatalmas méretű detektorokkal figyelik meg. Az LHC néhány paramétere az 1. táblázatban található.

LHC gyűrű	
Gyűrű kerülete	26 659 m
Részecskecsomagok száma egy protonnyalábon	2808
Protonok száma egy részecskecsomagban	$1,15 \cdot 10^{11}$
Protonnyalábok	
Protonok energiája	7,00 TeV
Tömegközépponti energia	14,0 TeV

1. táblázat. Az LHC releváns paramétereinek jellemző numerikus értékei

A részecskefizikusok az SI mértékegységeknél alkalmasabb egységeket használnak az energia, az impulzus és a tömeg kifejezésére. Az energiát elektronvoltban [eV] mérik. Definíció szerint 1 eV energiát nyer az az e elemi töltéssel rendelkező részecske, amelyik 1 volt potenciálkülönbségen haladt át ($1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$). Az impulzust eV/c , a tömeget eV/c^2 egységekben adják meg, ahol c a vákuumbeli fénysebesség. Mivel 1 eV nagyon kicsi energiamegnyiség, a részecskefizikusok gyakran a MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$), a GeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$) vagy a TeV ($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$) egységeket használják.

A feladat első része a protonok vagy az elektronok gyorsításával, a második rész pedig az ütközéskor keletkezett részecskék azonosításával foglalkozik.

A rész. Az LHC gyorsító (6 pont)

Gyorsítás. Tegyük fel, hogy a protonokat U feszültséggel gyorsítjuk fel a fénysebességhez nagyon közeli sebességre. Hanyagoljuk el a sugárzásból és más részecskékkel való ütközésből eredő energiaveszteségeket.

A.1. Adjuk meg a protonok v végsebességének pontos kifejezését az U gyorsítófeszültség és fizikai állandók függvényében! (0,7 pont)

Egy jövőbeli, tervezett kísérletben az LHC-ből érkező protonokat 60,0 GeV energiájú elektronokkal ütköztetik.

A.2. Egy nagyenergiájú és kicsi tömegű részecskére a v végsebesség és a c fénysebesség közötti $\Delta = (c - v)/c$ relatív eltérés nagyon kicsi. Adjunk „első közelítést” Δ -ra, és számítsuk ki Δ értékét 60,0 GeV energiájú elektronokra az U gyorsítófeszültség és fizikai állandók segítségével! (0,8 pont)

Most visszatérünk az LHC-beli protonokra. Tegyük fel, hogy a nyalábot vezető cső kör alakú.

A.3. Vezessük le a protonnyaláb kör alakú pályán tartásához szükséges homogén mágneses indukció B nagyságát megadó összefüggést! A kifejezés csak a protonok E energiáját, az L kerületet, fizikai állandókat és számokat tartalmazhat. Megfelelő közelítések használata megengedett, ha azok hatása az utolsó értékes jegy pontosságánál kisebb.

Számítsuk ki a B mágneses indukciót, elhanyagolva a protonok közötti kölcsönhatásokat, ha a proton energiája $E = 7,00 \text{ TeV}$. (1 pont)

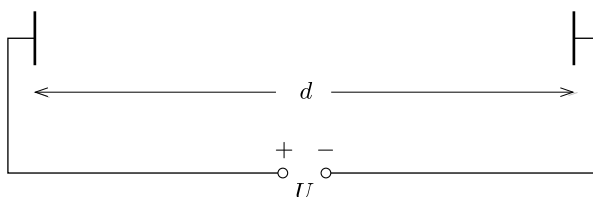
Kisugárzott teljesítmény. Egy gyorsuló, töltött részecske elektromágneses hullám formájában energiát sugároz. Az állandó szögsebességgel keringő, töltött részecske által kisugárzott P_s teljesítmény csak az a gyorsulásától, a q töltésétől, a c fénysebességtől és a vákuum ϵ_0 permittivitásától függ.

A.4. Dimenzióanalízissel adjuk meg a P_s kisugárzott teljesítmény kifejezését! (1 pont)

A kisugárzott teljesítmény pontos képletében még egy $(1/6\pi)$ -s szorzótényező is szerepel, továbbá a relativisztikus levezetés egy γ^4 -es szorzótényezőt is tartalmaz, ahol $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

A.5. Számítsuk ki az LHC P_t teljes kisugárzott teljesítményét, ha a proton energiája $E = 7,00 \text{ TeV}$ (1. táblázat). Alkalmas közelítések használata megengedett. (1 pont)

Lineáris gyorsító. A CERN-ben nyugvó protonokat gyorsítanak fel $d = 30,0 \text{ m}$ hosszúságú lineáris gyorsítóval $U = 500 \text{ MV}$ potenciálkülönbségen keresztül. Tegyük fel, hogy az elektromos mező homogén. A lineáris gyorsító két lemezből áll, ahogyan azt (vázlatosan) a 10. ábra mutatja.



10. ábra. A gyorsítóegység vázlata

A.6. Határozzuk meg azt a T időt, ami alatt a protonok áthaladnak ezen az elektromos mezőn! (1,5 pont)

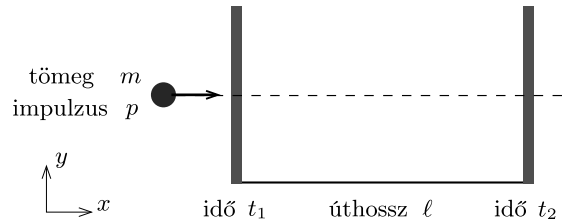
B rész. Részecskeazonosítás (4 pont)

Repülési idő. A kölcsönhatási folyamatok értelmezéséhez fontos az ütközésekben keletkező, nagyenergiájú részecskék azonosítása. Létezik egy egyszerű módszer, amivel azt az időt (t) mérik, ami ahhoz szükséges, hogy egy ismert impulzusú részecske ℓ utat tegyen meg egy ún. repülési idő (RI) detektorban. A detektorban azonosított néhány, tipikus részecskét és a tömegeket a 2. táblázat tartalmazza.

Részecske	Tömeg [MeV/c ²]
Deuteron	1876
Proton	938
Töltött kaon	494
Töltött pion	140
Elektron	0,511

2. táblázat. Részecskék és tömegeik

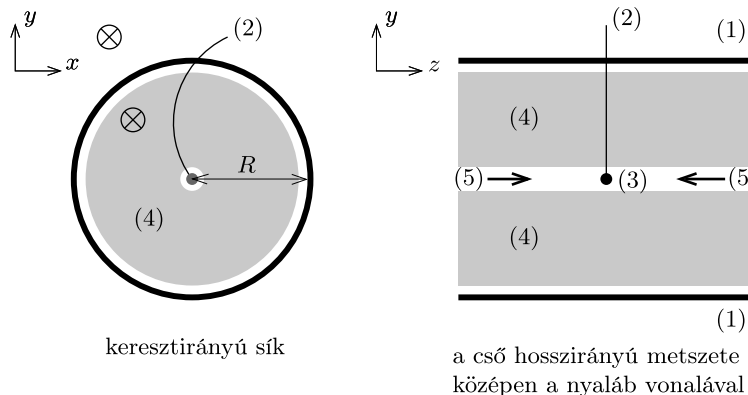
B.1. Fejezzük ki a részecske m tömegét a p impulzus, az ℓ repülési úthossz és a t repülési idő függvényében. Feltételezhetjük, hogy a részecske az e elemi töltéssel rendelkezik, és az RI detektorban a c fénysebességhez nagyon közeli sebességgel egyenes pályán, a két érzékelési síkra merőlegesen halad (11. ábra)! (0,8 pont)



11. ábra. A repülési idő (RI) detektor sematikus ábrája

B.2. Számítsuk ki azon RI detektor legkisebb ℓ hosszát, amelyben a töltött kaon a töltött piontól biztosan megkülönböztethető, ha mindkét részecske impulzusát 1,00 GeV/c-nek mérik! A jó elkülönítéshez az kell, hogy a repülési idők különbsége háromszor akkora legyen, mint a detektor időfelbontása. Egy RI detektor tipikus felbontása 150 ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$). (0,7 pont)

A következőkben egy tipikus LHC detektorban létrejövő részecskéket olyan kétlépcsős detektorban azonosítjuk, amely egy nyomkövető detektorból és egy RI detektorból áll. A 12. ábra mutatja az elrendezést a protonnyalábok kereszt- és hosszanti irányában. Mindkét detektor egy-egy cső, amelyek körülveszik a kölcsönhatási területet, bennük a csövek közepén haladó nyalábbal. A nyomkövető detektor méri a protonnyalábbal párhuzamos irányú mágneses téren áthaladó töltött részecske pályáját. A pálya r sugarával meghatározható a részecske keresztirányú p_T impulzusa. Mivel az ütközés ideje ismert, az RI detektorhoz csak egy cső szükséges ahhoz, hogy mérjék a repülési időt az ütközési pont és az RI cső között. Ez az RI cső szorosan a nyomkövető kamra külsején helyezkedik el. Ebben a feladatban feltehetjük, hogy az ütközésben keletkezett összes részecske a protonnyalábokra merőlegesen halad. Ez azt jelenti, hogy a keletkező részecskék nem rendelkeznek a protonnyalábok irányába mutató impulzussal.



keresztirányú sík

a cső hosszirányú metszete
középen a nyaláb vonalával

12. ábra. A részecskeazonosítás kísérleti elrendezése a nyomkövető kamrával és az RI detektorral. Mindkét detektor egy-egy cső, amelyek a középen levő ütközési pontot veszik körül. Bal oldal: keresztirányú nézet a nyaláb vonalára merőlegesen. Jobb oldal: hosszanti nézet a nyaláb vonalával párhuzamosan. (1) – RI cső; (2) – pálya; (3) – ütközési pont; (4) – nyomkövetési cső; (5) – protonnyalábok; \otimes – mágneses tér

B.3. Fejezzük ki a részecske tömegét a B mágneses indukcióval, az RI cső R sugarával és fizikai állandókkal, valamint a mért mennyiségekkel: az r pályasugárral és a t repülési idővel! (1,7 pont)

Négy részecskét detektáltunk, és szeretnénk ezeket azonosítani. A nyomkövető detektorban a mágneses indukció $B = 0,500$ T. Az RI cső R sugara $3,70$ m. A mérési eredmények a következők ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$):

Részecske	r pályasugár [m]	t repülési idő [ns]
A	5,10	20
B	2,94	14
C	6,06	18
D	2,31	25

B.4. Azonosítsuk a négy részecskét a tömegük kiszámításával! (0,8 pont)