1. feladat. Napból érkező részecskék (összesen *10 pont*).

A Nap felületéről érkező fotonok és a belsejéből érkező neutrínók a Nap belső és külső hőmérsékletéről adhatnak információt, valamint megerősítik, hogy a Nap a benne zajló nukleáris folyamatok miatt ragyog.

A feladatban a következő adatokat használhatjuk: a Nap tömege: $M_\odot = 2{,}00\cdot10^{30}$ kg, a Nap sugara: $R_\odot = 7{,}00\cdot10^{8}$ m, a Nap luminozitása (egységnyi idő alatt kisugárzott energia): $L_\odot = 3{,}85\cdot10^{26}$ W és a Föld–Nap átlagos távolsága: $d_\odot = 1{,}50\cdot10^{11}$ m.

Néhány függvény határozatlan integrálja:

(*i*) $$\int x\mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\right)\mathrm{e}^{ax} + \text{állandó},$$

(*ii*) $$\int x^2\mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right)\mathrm{e}^{ax} + \text{állandó},$$

(*iii*) $$\int x^3\mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4}\right)\mathrm{e}^{ax} + \text{állandó}.$$

A rész. A Naptól jövő sugárzás

A.1. *Tegyük fel, hogy a Nap abszolút fekete testként sugároz. Ezt felhasználva határozzuk meg a Nap $T_\odot$ felszíni hőmérsékletét!* (*0,3 pont*)

A napsugárzás spektrumát jó közelítéssel a Wien-féle eloszlás adja meg. Eszerint a Napból a Föld egy adott felületére egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban érkező energia:

$$u(f) = A\frac{R_\odot^2}{d_\odot^2}\frac{2\pi h}{c^2}f^3\exp(-hf/k_\mathrm{B}T_\odot),$$

ahol f a frekvencia, A pedig a bejövő sugárzás irányára merőleges felület nagysága.[2]

Ezek után tekintsünk egy, a beeső napsugárzás irányára merőlegesen elhelyezett, A felületű, félvezető anyagból készült, vékony napelemet.

A.2. *A Wien-közelítést felhasználva fejezzük ki a napelem felületére beeső napsugárzás teljes P_be teljesítményét az A, $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$ paraméterekkel, valamint a c, h, k_B fizikai állandókkal!* (*0,3 pont*)

A.3. *Fejezzük ki az egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban a napelem felületére beeső fotonok $n_\gamma(f)$ számát az A, $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$, f paraméterekkel, valamint a c, h, k_B fizikai állandókkal! (*0,2 pont*)*

A félvezető anyag, amiből a napelem készült, E_g szélességű tiltott sávval rendelkezik.[3] Alkalmazzuk a következő modellt. Minden, $E \ge E_\mathrm{g}$ energiájú foton egy elektront gerjeszt a tiltott sáv fölé. Ez az elektron E_g energiával járul hozzá a hasznos kimenő energiához, az esetleges többletenergiája hő formájában disszipálódik (nem hasznosul).

A.4. *Legyen $x_\mathrm{g} = hf_\mathrm{g}/k_\mathrm{B}T_\odot$, ahol $E_\mathrm{g} = hf_\mathrm{g}$. Fejezzük ki a napelem P_ki hasznos kimenő teljesítményét az x_g, A, $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$ paraméterekkel, valamint a c, h, k_B fizikai állandókkal! (*1,0 pont*)*

A.5. *Fejezzük ki a napelem η hatásfokát x_g segítségével!* (*0,2 pont*)

A.6. *Ábrázoljuk vázlatosan η-t az x_g függvényében! Az $x_\mathrm{g} = 0$ és az $x_\mathrm{g} \to \infty$ esetén érvényes értékeket is tüntessük fel. Mekkora az $\eta(x_\mathrm{g})$ függvény meredeksége $x_{\mathrm{g}=0}$ és $x_\mathrm{g} \to \infty$ esetén?* (*1,0 pont*)

A.7. *Jelöljük x_0-lal x_g azon értékét, ahol η maximális. Írjuk fel azt a harmadfokú egyenletet, amiből x_0 meghatározható! Adjunk becslést x_0 értékére $\pm$0,25 pontossággal! Ezt felhasználva számoljuk ki $\eta(x_0)$ értéket!* (*1,0 pont*)

A.8. *Tiszta szilícium esetén $E_\mathrm{g} = 1{,}11\,\mathrm{eV}$. Ezt az adatot felhasználva, számoljuk ki a szilíciumból készült napelem η_Si hatásfokát!* (*0,2 pont*)

A 19. század végén *Kelvin* és *Helmholtz* (KH) egy hipotézissel álltak elő a Nap sugárzásának magyarázatára. Feltételezték, hogy a Nap kezdetben egy óriási, elhanyagolható sűrűségű, $M_\odot$ tömegű porfelhő volt, amely folyamatosan húzódott össze. A Nap sugárzása – feltevésük szerint – származhat a lassú zsugorodás során felszabaduló gravitációs potenciális energiából.

A.9. *Tegyük fel, hogy a Nap egyenletes tömegeloszlású. Adjuk meg a Nap jelenlegi Ω gravitációs potenciális energiáját a G gravitációs állandó, $M_\odot$ és $R_\odot$ segítségével!* (*0,3 pont*)

A.10. *A KH-hipotézis alapján becsüljük meg azt a legnagyobb lehetséges τ_{KH} időt (években megadva), ameddig a Nap ragyogni tudna! Tételezzük fel, hogy ezen idő alatt a Nap luminozitása állandó.* (*0,5 pont*)

A fenti módon kiszámolt τ_KH idő nem egyeztethető össze a Naprendszer – meteoritok tanulmányozásával kapható – becsült életkorával. Ez azt mutatja, hogy a Nap energiaforrása *nem* lehet tisztán gravitációs eredetű.

B rész. A Napból jövő neutrínók

1938-ban *Hans Bethe* azt állította, hogy a Nap energiája a benne levő hidrogén héliummá történő magfúziójából származik. A nettó magreakció:

$$4\,{}^1\mathrm{H} \;\to\; {}^4\mathrm{He} + 2\mathrm{e}^+ + 2\nu_\mathrm{e}.$$

A reakcióban keletkező ν_e „elektronneutrínók” tömege zérusnak vehető. Ezek a részecskék a Napból kiszabadulnak, és a Földön történő detektálásuk alátámasztja a magreakciók lezajlását a Nap belsejében. A neutrínók által elszállított energia elhanyagolható ebben a feladatban.

---

[2] c a fénysebességet, h a Planck-állandót, k_B pedig a Boltzmann-állandót jelöli. Ezek (és még más fizikai állandók) számértékét egy külön táblázatban megkapták a versenyzők.

[3] A „g” index az angol *gap* (rés) szóra, vagyis a tiltott sáv szélességére utal.

B.1. *Számítsuk ki a Földet elérő neutrínók számának Φ_ν fluxussűrűségét* $\mathrm{m^{-2}\ s^{-1}}$ *egységben! A fenti reakcióban* $\Delta E = 4{,}0 \cdot 10^{-12}$ J *energia szabadul fel. Tételezzük fel, hogy a Nap által kisugárzott energia teljes mértékben ebből a reakcióból származik!* (*0,6 pont*)

A Nap magjából a Földig tartó útjuk során a ν_e elektronneutrínók egy része más típusú, ν_x neutrínókká alakul át.[4] A detektor a ν_x neutrínókat $\dfrac{1}{6}$ akkora hatásfokkal érzékeli, mint amekkora hatásfokkal a ν_e neutrínókat. Ha nem volna neutrínóátalakulás, akkor egy év alatt átlagosan N_1 számú neutrínó detektálását várnánk. Azonban az átalakulás miatt a valóságban egy év alatt átlagosan N_2 számú neutrínót (ν_e-t és ν_x-t együttesen) detektálnak.

B.2. *Határozzuk meg N_1 és N_2 segítségével, hogy a ν_e neutrínók mekkora r hányada alakul át ν_x neutrínóvá!* (*0,4 pont*)

Ahhoz, hogy a neutrínókat észlelni tudjuk, nagy, vízzel töltött detektorokat építünk. Habár a neutrínók anyaggal való kölcsönhatása meglehetősen ritka, olykor elektronokat löknek ki a detektorbeli vízmolekulákból. Ezek a nagyenergiájú elektronok nagy sebességgel hatolnak át a vízen, mely folyamat során elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Amíg egy ilyen elektron sebessége nagyobb, mint a fény sebessége az n törésmutatójú vízben, a sugárzás (ún. Cserenkov-sugárzás) kúp alakban bocsátódik ki.

B.3. *Tételezzük fel, hogy a neutrínó által kilökött elektron a vízben való haladása során állandó ütemben, időegységenként α energiát veszít. Határozzuk meg a neutrínó által az elektronnak átadott energiát* ($E_\text{átadott}$) *α, Δt, n, m_e és c segítségével, ha az elektron Δt ideig bocsát ki Cserenkov-sugárzást! (Tételezzük fel, hogy az elektron a neutrínóval való kölcsönhatása előtt nyugalomban volt.)* (*2,0 pont*)

A Nap belsejében a hidrogén héliummá történő fúziója több lépésben történik. Az egyik ilyen lépés során $^7\mathrm{Be}$ atommag (nyugalmi tömege m_Be) keletkezik. Ezután ez az atommag egy elektront nyelhet el, melynek folyamán egy $^7\mathrm{Li}$ atommag (nyugalmi tömege $m_\mathrm{Li} < m_\mathrm{Be}$) és egy ν_e neutrínó keletkezik. A megfelelő magreakció:

$$^7\mathrm{Be} + \mathrm{e}^- \ \to\ ^7\mathrm{Li} + \nu_\mathrm{e}.$$

Ha egy nyugalomban levő Be atommag ($m_\mathrm{Be} = 11{,}5 \cdot 10^{-27}$ kg) elnyel egy ugyancsak nyugvó elektront, a keletkező neutrínó energiája $E_\nu = 1{,}44 \cdot 10^{-13}$ J. Azonban a Be atommagok véletlenszerű termikus mozgást végeznek a Nap magjában lévő T_c hőmérséklet miatt, és mozgó neutrínóforrásként viselkednek. Emiatt a kibocsátott neutrínók energiája ΔE_rms négyzetes középértékkel fluktuál.

B.4. *Ha $\Delta E_\mathrm{rms} = 5{,}54 \cdot 10^{-17}$ J, számoljuk ki a* Be *magok V_Be sebességének négyzetes középértékét, majd ezzel adjunk becslést T_c-re!* (Útmutatás: *ΔE_rms a megfigyelés irányába mutató sebességkomponens négyzetes középértékétől függ.*) (*2,0 pont*)

[4] Ezen jelenség, az ún. neutrínóoszcilláció kísérleti igazolásáért *Kadzsita Takaaki* japán és *Arthur B. McDonald* kanadai tudósnak ítélték oda a 2015. évi fizikai Nobel-díjat (– a szerk.).