

### 3. feladat. Csillagkezdemény kialakulása (9 pont).

Modellezzük a csillagok keletkezését a következőképpen. Egy gömb alakú csillagközi gázfelhő a saját gravitációja hatására összeroskad. A gázfelhő kezdeti sugara  $r_0$ , a tömege pedig  $m$ . A gázfelhő környezete a gázfelhőnél sokkal ritkább. A környezet és a gázfelhő kezdeti hőmérséklete mindenhol  $T_0$ . A gázt ideális gáznak tekinthetjük. A gáz átlagos moláris tömege  $\mu$ , a fajhőhányados  $\gamma > \frac{4}{3}$ . Tételezzük fel, hogy

$$G \frac{m\mu}{r_0} \gg RT_0,$$

ahol  $R$  a gázállandó,  $G$  pedig a gravitációs állandó.

**i (0,8 pont).** Az összeroskadás jelentős részében a gáz annyira átlátszó, hogy a keletkező hő azonnal szétsugárzódik, azaz a gázfelhő termodinamikai egyensúlyban marad a környezetével. Miközben a sugár meglehetősen kicsi ( $r_1 = 0,5 r_0$ ), a nyomás  $n$ -szeresére változik. Határozd meg  $n$  értékét! Tételezd fel, hogy a gáz sűrűségeloszlása végig homogén marad!

**ii (2 pont).** Becsüld meg azt a  $t_2$  időt, amely alatt a sugár az eredeti  $r_0$  értékről  $r_2 = 0,95 r_0$  értékre csökken! Itt hanyagold el a gravitációs tér változását!

**iii (2,5 pont).** Tételezd fel, hogy a nyomás mindvégig elhanyagolható marad! Határozd meg az összeroskadás idejét, azt az időt, amíg a sugár a kezdeti  $r_0$  értékről egy sokkal kisebb értékre csökken! Használd a Kepler-törvényeket!

**iv (1,7 pont).** Egy bizonyos  $r_3 \ll r_0$  sugárnál a gáz annyira sűrűvé válik, hogy elnyeli a hőmérsékleti sugárzást. Számold ki a kisugárzott hőenergiát az összeroskadás kezdeti szakaszában, amikor a sugár  $r_0$  értékről  $r_3$  értékre csökken!

**v (1 pont).** Amikor a sugár kisebb, mint  $r_3$ , a hőmérsékleti sugárzást elhanyagolhatjuk. Határozd meg a gázgömb  $T$  hőmérsékletét az  $r < r_3$  sugarának függvényében.

**vi (2 pont).** Az összeroskadás végén a nyomás hatását a gáz mozgására nem hanyagolhatjuk el, és az összeroskadás megáll  $r = r_4$  sugárnál ( $r_4 \ll r_3$ ). A sugárzást továbbra is hanyagoljuk el, és tegyük fel, hogy a hőmérséklet nem elég magas a magfúzió beindulásához. Egy ilyen csillagkezdeményben a nyomás már nem homogén, de egy szorzó erejéig durva közelítést adhatunk a keresett értékekre.

Adj *becslést* a végső  $r_4$  sugárra és a hozzá tartozó  $T_4$  hőmérsékletre!