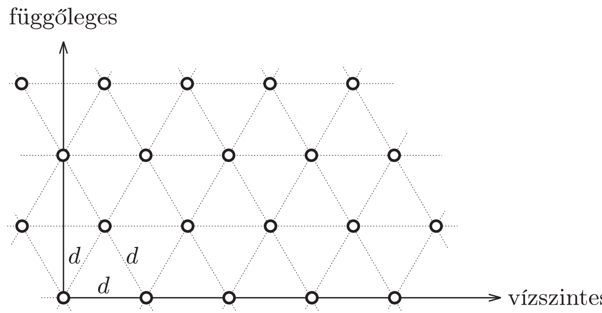
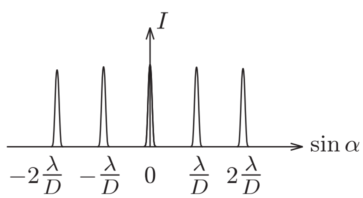
2. *Egy átlátszatlan lapon kicsiny lyukak vannak az* 5. ábrán *látható „háromszög-rács” elrendezésben. A lapot monokromatikus, λ hullámhosszúságú lézerfénnyel világítjuk meg merőlegesen. A rácsállandó* $d = 100\ \lambda$.



5. ábra

Ábrázoljuk vázlatosan (a méretek, valamint a vízszintes és a függőleges irányok bejelölésével), hogy milyen elhajlási képet figyelhetünk meg a rácstól 3 m *távolságra elhelyezett ernyőn!*

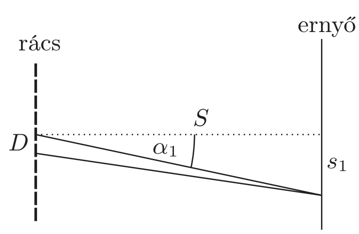
Megoldás. Elevenítsük fel azokat az ismereteket, amelyek a síkbeli optikai rácson (párhuzamos, egymástól egyenlő távolságra lévő rések rendszerén) áthaladó monokromatikus fény diffrakciójára vonatkoznak! Világítsuk meg az optikai rácsot a síkjára merőleges, keskeny lézersugárral. A ráccsal párhuzamosan elhelyezett ernyőn ekkor közelítőleg egyenlő távolságra elhelyezkedő fényes foltokat látunk. Jelöljük D-vel a rácsállandót, λ-val a hullámhosszat. Az intenzitás menetét az elhajlási (diffrakciós) szög szinuszának függvényében a *6. ábra* mutatja.



6. ábra

Az ábrán látható intenzitáseloszlást jól alátámasztja az a középiskolában tanult közelítés, amely szerint a rács rései olyan keskenyek, hogy egy-egy résen belül, az onnan kiinduló elemi hullámok azonos fázisban vannak (Huygens–Fresnel-elv). Ugyanakkor két egymás melletti résből induló elemi hullámok erősítésének feltétele:

$$D\sin\alpha_k = k\lambda \qquad (k = 0, \pm1, \pm2, \ldots).$$



7. ábra

Ha az ernyő S távolságra van az optikai rácstól (*7. ábra*), akkor az első főmaximum távolsága a centrumtól

$$s_1 \approx S\cdot\sin\alpha_1 = S\frac{\lambda}{D},$$

és általában, a k-adik főmaximum távolsága

$$s_k \approx kS\frac{\lambda}{D}.$$

(Itt kihasználtuk, hogy $\lambda \ll d$ miatt $\alpha_k \ll 1$, és így $\sin\alpha_k \approx \alpha_k$.)

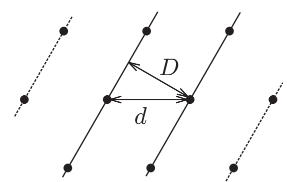
Térjünk rá a feladatban szereplő háromszögrácsra! Mivel a háromszögrács síkjára merőlegesen érkezik a fény, ezért minden egyes lyukból azonos fázisú elemi hullámok indulnak ki. Ezek a rácsra merőleges irányban tovább haladva biztosan erősítik egymást, útkülönbség nélkül, $\alpha = 0$ irányban jelölik ki a keletkező diffrakciós kép centrumát az elég távol lévő ernyőn.

Hol lesz ehhez a centrumhoz legközelebb újra egy erősítési hely az ernyőn? Milyen irányban?

Válasszuk ki valamelyik kicsiny lyukat. Gondolatban húzzunk ezen a lyukon át egy olyan egyenest, amelyik átmegy valamelyik, hozzá legközelebb eső lyukon. Ez az egyenes még egy sorozat lyukon fog áthaladni, amelyek mind d távolságra követik egymást. Most keressünk egy másik lyuksort, amelyen átmenő egyenes párhuzamos az előzővel. Sok ilyen lyuksort találunk, ezek egymástól $D = d\frac{\sqrt{3}}{2}$ távolságra helyezkednek el (*8. ábra*). Figyeljük meg azt az irányt a térben, amely az elképzelt egyenesekre merőleges, de a már kijelölt centrum felé vezető iránnyal akkora α_1 szöget zár be, hogy teljesül a

$$D \sin\alpha_1 = \lambda$$

összefüggés.



8. ábra

Ha az ilyen irányba haladó elemi hullámok eredőjét vizsgáljuk a messze lévő ernyőn, akkor azt látjuk, hogy a kiválasztott egyenesen elhelyezkedő lyukakból jövő elemi hullámok erősítik egymást, mert az ernyőhöz érve már szinte nincs is útkülönbség köztük. De a szomszédos egyenesen fekvő lyuksorból induló elemi hullámokkal is erősíteni fogják egymást, mert köztük az útkülönbség ($D\sin\alpha_1$) éppen λ-val egyenlő, és ugyanez igaz a többi egyenesen fekvő lyukakból induló hullámokra is. Tehát ebben az irányban az összes lyukon átjövő fény erősíteni fogja egymást!

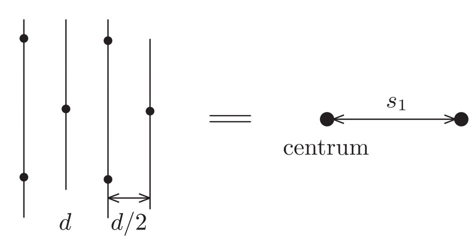
Így az ernyőn a centrumhoz legközelebbi (egyik) erősítési helynek a centrumtól való távolsága:

$$s_1 = S\frac{\lambda}{D} = \frac{2}{\sqrt{3}}\,S\frac{\lambda}{d} = 2\sqrt{3}\ \text{cm} \approx 3{,}4\ \text{cm}.$$

Hat ilyen pont lesz az ernyőn, amelyek egy – a centrum körüli – szabályos hatszög csúcsait jelölik ki. Ez azért van így, mert három, egymással 120–120°-os szöget bezáró egyenes-sereget (lyuksor-sereget) jelölhetünk ki a háromszögrácson.

Azt is észrevehetjük, hogy olyan helyen is lesz az ernyőn erősítés, melynek távolsága a centrumtól $2s_1, 3s_1, \ldots$, hiszen ekkor az egymás melletti lyuksorokból érkező hullámok $2\lambda, 3\lambda, \ldots$ útkülönbséggel találkoznak az ernyőn. Ezek szerint a rácson felvett mindegyik egyenes-sereg az ernyőn egy *pontsorozatot* eredményez. Ha a rácson elképzelt lyuksorok pl. vízszintes egyenesek mentén helyezkednek el, akkor az ernyőn keletkező pontsorozat egy függőleges egyenesre illeszkedik.

Hatágú „csillag” lesz tehát a kép? Nem egészen, bár ezek a most elképzelt pontok mind megjelennek az ernyőn, de *nem csak* ezek jelennek meg! Képzeljük el például a háromszögrácson azt az egyenes- (lyuksor)-sereget, amelyet a *9. ábra* bal oldalán látunk.



9. ábra

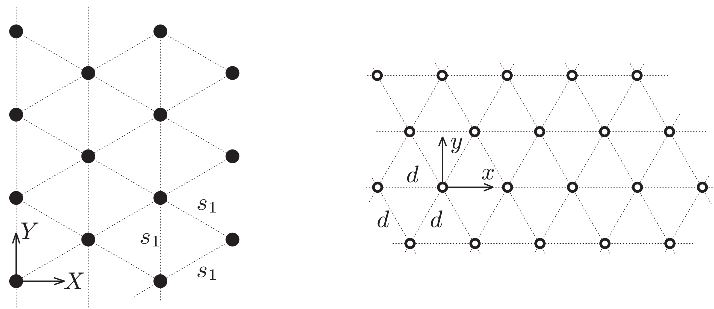
Ez egy $\frac{d}{2}$ rácsállandójú optikai rácsnak felel meg, ezért az ernyőn a megfelelő erősítési helyek

$$s_1' = S\frac{\lambda}{\frac{d}{2}} = 6\ \text{cm}$$

távolságra követik egymást. Most is igaz, hogy minél sűrűbb optikai rácsba rendeződve képzeljük el a lyukakat, annál messzebb kerülnek egymástól a megfelelő erősítési helyek az ernyőn.

Meg lehet mutatni, hogy a háromszögrács „képe” az ernyőn ugyancsak *szabályos háromszögrács* lesz, mert kölcsönösen egyértelműen egymáshoz rendelhető a lyukakra illeszthető egyenessereg és az ernyőn megjelenő, interferencia eredményezte ponthalmaz. (Ennek belátásához legközelebb *Varjas Dániel* jutott el, aki díjnyertes dolgozatában a különböző módon felvehető elemi cellák területének egyenlőségét használta ki.) Mégis lesz valami eltérés a lyukak alkotta háromszögrács és a diffrakciós pontok alkotta háromszögrács között (a pontok távolságában mutatkozó eltérésen kívül is): az egyik pontrács 90°-os elforgatottja a másiknak. (Most akár 30°-os elforgatottat is mondhatnánk, de egy téglalaprács esetén nagyon jól látszik, hogy 90°-os elforgatásról van szó.)

Mindezt a *10. ábra* szemlélteti, melynek alsó részén a lyukak rácsa, felül pedig az ernyőn látható elhajlási kép látható, természetesen eltérő méretarányban.



10. ábra

A feladatban szereplő háromszögrácsot úgy is előállíthatjuk, hogy három, egyenként D állandójú, közönséges optikai rácsot egymásra fektetünk. A feltétel csak annyi, hogy mindegyik rács rései a másik rács réseivel 60°-os szöget zárjanak be. Az így keletkező lyukak ugyan nem kör, hanem hatszög alakúak lesznek, de ha a rések szélessége sokkal kisebb a rácsállandónál, akkor ennek nincs jelentősége. Sőt! Ha elhagyjuk a harmadik rácsot, és csupán két, egymással 60°-os szöget bezáró rács diffrakciós képét vizsgáljuk, ez is ugyanaz lesz, mint az előbbiek. Ebben az esetben ugyanis a lyukak ugyan rombusz alakúak, de ugyanabban a szabályos háromszögrácsban rendeződnek el, tehát jó közelítésben ugyanazt a diffrakciós képet eredményezik. Az eredményhirdetéskor *Komlósi István* egyetemi hallgató mutatta be ezt a kísérletet.