

2. feladat. Lézeres Doppler-hűtés és optikai szirupok

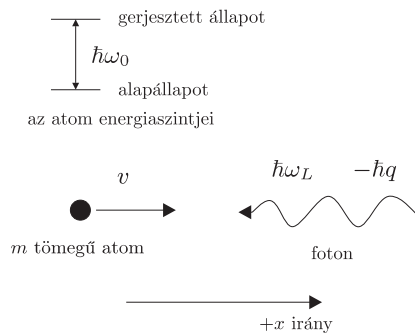
Ennek a feladatnak az a célja, hogy egyszerű elméleti megfontolással megértse a „lézeres hűtés” és az „optikai szirup” jelenségeket. Ez azt jelenti, hogy semleges atomok (általában alkáli fémek) nyalábját egymással szemben haladó, azonos frekvenciájú lézersugarakkal hűtjük. Ezért kapott 1997-ben fizikai Nobel-díjat S. Chu, P. Phillips és C. Cohen-Tannoudji.

A hátsó belső borító jobb felső képe nátrium atomokat ábrázol (a fényes pont középen), melyek három, egymásra merőleges lézersugár-pár kereszteződésében vannak csapdázva. A csapda területét szokás „optikai szirup”-nak („optical molasses”) nevezni, mivel a disszipatív optikai erő a szirupon áthaladó testekre ható viszkózus erőre emlékeztet.

Ebben a feladatban egy foton és egy atom egyszerű kölcsönhatását és a disszipációs mechanizmust fogod vizsgálni egy dimenzióban.

I. rész: A lézeres hűtés alapjai

Tekints egy m tömegű atomot, amely a $+x$ irányban, v sebességgel mozog. Az egyszerűség kedvéért vizsgálj a problémát egy dimenzióban, azaz ne foglalkozz az y és z irányokkal (4. ábra). Az atomnak két belső energiaszintje van. Az alapállapot energiáját nullának tekintjük, a gerjesztett állapot energiája pedig $\hbar\omega_0$, ahol $\hbar = h/2\pi$. Az atom kezdetben alapállapotban van. Egy lézersugár, melynek a laboratórium koordináta-rendszerében mért körfrekvenciája ω_L , a $-x$ irányban halad, és ütközik egy atommal. Kvantummechanikai szempontból a lézersugár nagyszámú egyforma fotonból áll, melyek energiája $\hbar\omega_L$ és impulzusa $-\hbar q$. A foton elnyelheti egy atom, amely azt később spontán kibocsátja; ez a kibocsátás (emisszió) azonos valószínűséggel történhet a $+x$ és a $-x$ irányban. Mivel az atom nem-relativisztikus sebességgel mozog, $v/c \ll 1$ (ahol c a fénysebesség). Vedd figyelembe azt is, hogy $\hbar q/mv \ll 1$, azaz az atom impulzusa sokkal nagyobb egy foton impulzusánál. A válaszaidban mindkét mennyiségnek csak az elsőrendű (lineáris) tagjait vedd figyelembe.



4. ábra. Egy m tömegű, v sebességű, a $+x$ irányban haladó atom, amely egy $\hbar\omega_L$ energiájú és $-\hbar q$ impulzusú fotonnal ütközik. Az atomnak két belső állapota van $\hbar\omega_0$ energiakülönbséggel

Feltételezd, hogy a lézer ω_L körfrekvenciája úgy van hangolva, hogy a mozgó atom rendszeréből nézve rezonanciában van az atom belső átmenetével. Válaszolj a következő kérdésekre:

1. Elnyelés (abszorpció)

1.a. Add meg a foton elnyelésének (abszorpciójának) rezonanciafeltételét!

1.b. Add meg az atom p_a impulzusát az elnyelés után, a laboratórium rendszeréből nézve!

1.c. Add meg az atom ε_a teljes energiáját az elnyelés után, a laboratórium rendszeréből nézve!

2. Egy foton spontán kibocsátása (emissziója) a $-x$ irányban

Az ütköző foton elnyelődése (abszorpciója) után valamennyi idővel az atom egy fotont bocsáthat ki (emittálhat) a $-x$ irányban.

2.a. Add meg a kibocsátott foton ε_f energiáját a $-x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

2.b. Add meg a kibocsátott foton p_f impulzusát a $-x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

2.c. Add meg az atom p_a impulzusát a $-x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

2.d. Add meg az atom ε_a teljes energiáját a $-x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

3. Egy foton spontán kibocsátása (emissziója) a $+x$ irányban

Az ütköző foton elnyelődése (abszorpciója) után valamennyi idővel az atom egy fotont bocsáthat ki (emittálhat) a $+x$ irányban.

3.a. Add meg a kibocsátott foton ε_f energiáját a $+x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

3.b. Add meg a kibocsátott foton p_f impulzusát a $+x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

3.c. Add meg az atom p_a impulzusát a $+x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

3.d. Add meg az atom ε_a teljes energiáját a $+x$ irányú emissziós folyamat után, a laboratórium rendszeréből nézve!

4. Átlagos kibocsátás (emisszió) az elnyelés (abszorpció) után

A foton spontán kibocsátása egyforma valószínűséggel történhet a $-x$ vagy a $+x$ irányban. Ezt figyelembe véve válaszolj a következő kérdésekre:

- 4.a.** Add meg a kibocsátott foton ε_f átlagos energiáját az emissziós folyamat után!
4.b. Add meg a kibocsátott foton p_f átlagos impulzusát az emissziós folyamat után!
4.c. Add meg az atom ε_a átlagos teljes energiáját az emissziós folyamat után!
4.d. Add meg az atom p_a átlagos impulzusát az emissziós folyamat után!

5. Energia- és impulzusátadás

Tekints egy teljes egyfotonos elnyelési-kibocsátási (abszorpciós-emissziós) folyamatot, ahogy azt az eddigiekben tárgyaltuk. A lézersugár és az atom között egy eredő átlagos impulzus- és energiaátadás figyelhető meg.

- 5.a.** Add meg az atom $\Delta\varepsilon$ átlagos energiaváltozását egy teljes egyfotonos elnyelési-kibocsátási folyamat után!
5.b. Add meg az atom Δp átlagos impulzusváltozását egy teljes egyfotonos elnyelési-kibocsátási folyamat után!

6. Energia- és impulzusátadás egy $+x$ irányú lézersugárral

Tekints most egy olyan lézersugarat, amelynek ω'_L a körfrekvenciája és a $+x$ irányban halad, miközben az atom szintén a $+x$ irányban halad v sebességgel. Azt feltételezve, hogy az atom belső átmenete és a lézersugár között az atom rendszeréből nézve teljesül a rezonanciafeltétel, válaszolja következő kérdésekre:

- 6.a.** Add meg az atom $\Delta\varepsilon$ átlagos energiaváltozását egy teljes egyfotonos elnyelési-kibocsátási folyamat után!
6.b. Add meg az atom Δp átlagos impulzusváltozását egy teljes egyfotonos elnyelési-kibocsátási folyamat után!

II. rész: Disszipáció és az optikai szirup alapjai

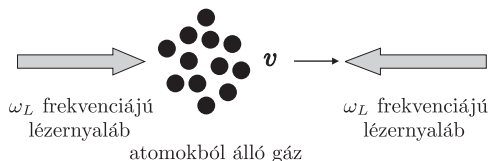
A természetben a kvantumfolyamatokat elkerülhetlenül bizonytalanság kíséri. Így az a tény, hogy az atom az elnyelés után *véges* idővel bocsát ki egy fotont, azzal a következménnyel jár, hogy a rezonanciafeltétel nem teljesül *egzaktnul*, úgy ahogy azt eddig tárgyaltuk. Azaz a lézersugár ω_L és ω'_L körfrekvenciája bármilyen értéket felvehet, és az elnyelés (abszorpció) mégis bekövetkezhet. Az elnyelés különböző (kvantum) valószínűséggel történik, és – mint ahogy azt sejtteni lehet – a legnagyobb valószínűséggel éppen a rezonanciafeltétel egzakt teljesülésekor. Egy foton elnyelése és kibocsátása között átlagosan eltelt időt a gerjesztett állapot élettartamának nevezzük, és így jelöljük: Γ^{-1} .

Tekintsünk egy N atomból álló, a laboratórium koordinátarendszeréhez viszonyítva *nyugalomban* lévő atomhalmazt, és egy rá eső ω_L körfrekvenciájú lézersugarat. Az atomok folyamatosan fotonokat nyelnek el és bocsátanak ki, úgy, hogy átlagosan N_g atom van gerjesztett állapotban (és így $N - N_g$ atom alapállapotban). Kvantummechanikai számítás eredményeként adódik, hogy:

$$N_g = N \frac{\Omega_R^2}{(\omega_0 - \omega_L)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2\Omega_R^2},$$

ahol ω_0 az atomi átmenet rezonancia-körfrekvenciája, és Ω_R az úgynevezett Rabi-frekvencia; Ω_R^2 arányos a lézersugár *intenzitásával*. Láthatod, hogy ez az érték – ahogy már említettük – akkor is különbözik nullától, ha ω_0 nem egyezik meg a lézersugár ω_L körfrekvenciájával. Az előbbi eredményt úgy is kifejezhetjük, hogy időegységenként bekövetkező elnyelési-kibocsátási (abszorpciós-emissziós) folyamatok száma $N_g\Gamma$.

Tekintsd az *5. ábrán* látható fizikai elrendezést, ahol két szemben haladó lézersugár egymással *azonos*, de amúgy *tetszőleges* ω_L körfrekvenciával ütközik az N atomból álló, $+x$ irányban v sebességgel mozgó gáznak.



5. ábra. Két szemben haladó lézersugár egymással *azonos*, de amúgy *tetszőleges* ω_L körfrekvenciával ütközik az N atomból álló, $+x$ irányban v sebességgel mozgó gáznak

7. A lézer által az atomnyalábra kifejlesztett erő

7.a. Az eddigi információk alapján határozd meg azt az erőt, amit a lézersugár kifejleszt az atomnyalábra! Használd ki, hogy $mv \gg \hbar q$.

8. Kissebességű határeset. Most tételezd fel, hogy az atomok sebessége elég kicsi ahhoz, hogy az erő a v sebesség első rendű tagjával közelíthető.

8.a. Határozd meg a 7.a. feladatban meghatározott erő kifejezését ebben a közelítésben!

Felhasználva ezt az eredményt megkeresheted annak a feltételét, hogy a lézersugár az atomnyalábot gyorsítja, lassítja, illetve nem hat rá.

- 8.b.** Add meg annak a feltételét, hogy az erő pozitív (gyorsítja az atomokat)!
8.c. Add meg annak a feltételét, hogy az erő nulla!
8.d. Add meg annak a feltételét, hogy az erő negatív (lassítja az atomokat)!

8.e. Most tedd fel, hogy az atomok $-v$ sebességgel mozognak (a $-x$ irányban). Add meg annak a feltételét, hogy az erő lassítsa az atomokat!

9. Optikai szirup. Negatív erő esetében egy disszipatív súrlódó erőt kapunk. Tedd fel, hogy kezdetben, amikor $t = 0$, a gáz atomjai v_0 sebességgel mozognak.

9.a. Kissebességes közelítésben határozd meg az atomok sebességét azután, hogy a lézersugarak τ ideje be vannak kapcsolva.

9.b. Most tételezd fel, hogy a gáz atomjai kezdetben T_0 hőmérsékleten termikus egyensúlyban vannak. Határozd meg a T hőmérsékletet azután, hogy a lézersugarak τ ideje be vannak kapcsolva.

(A modell azonban nem teszi lehetővé tetszőlegesen kicsi hőmérséklet elérését.)