

1. feladat. „Vízrel hajtott rizshántoló mozsár”

Bevezetés. Vietnamban a legtöbb embernek a rizs a fő tápláléka. A fehér rizst úgy készítik a hántolatlan rizsből, hogy hántolják, vagyis egy réteget eltávolítanak a rizsszemek felületéről. Észak-Vietnam hegyvidékei vízben gazdagok, és az ott élő emberek vízzel hajtott rizshántoló mozsarakat használnak ehhez a munkához. Az 1. ábra egy ilyen mozsarat mutat, a 2. ábrán pedig az látható, hogyan működik.



1. ábra. Vízrel hajtott rizshántoló mozsár

Tervezés. Az 1. ábrán látható rizs-hántoló mozsár a következő részekből áll:

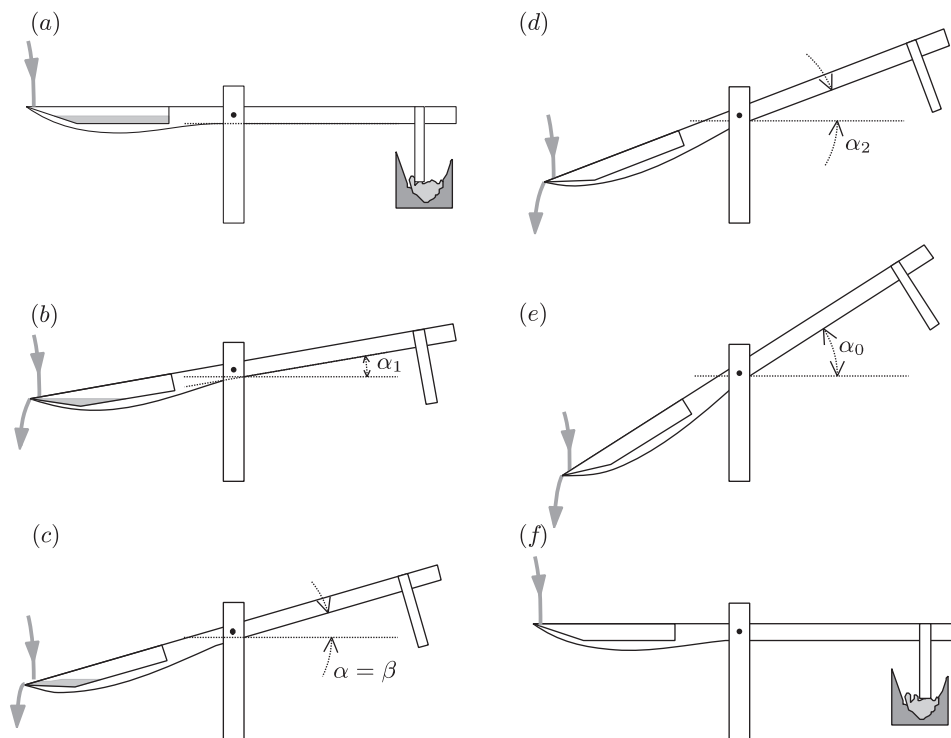
A *mozsár*, lényegében egy fa tartály a rizs számára.

Az *emelő*, ami egy fatörzs, egyik vége vastagabb, a másik vékonyabb. Az emelő vízszintes tengely körül tud elfordulni. A *mozsártörőt* merőlegesen rögzítik az emelő vékonyabb végére. A mozsártörőt olyan hosszúra készítik, hogy akkor érje el a mozsárban a rizst, amikor az emelő vízszintes. Az emelő vastagabb végét úgy alakítják ki, hogy egy üreget vágnak ki belőle, így egy kanalat vájnak ki a farúd végén. A kanál alakja nagyon fontos a mozsár működésében.

A *működés szakaszai.* A mozsár működése kétféle lehet.

Rendes, munkavégző körfolyamat. Ilyenkor a mozsár a 2. ábrán bemutatott működési ciklust végzi.

A rizshántoló funkció abból a munkából származik, amit a mozsártörő a rizsnek közvetít a 2. ábra (f) lépésében. Ha valamilyen okból a mozsártörő nem éri el a rizsszemeket, azt mondjuk, hogy a mozsár nem végez munkát.



2. ábra

Rendellenes, mozdulatlan állapot. A működési ciklus (c) lépésében (2. ábra), amikor az α dőlési szög növekszik, a kanálban lévő víz mennyisége csökken. Egy bizonyos időpillanatban a víz mennyisége éppen elegendő ahhoz, hogy egyensúlyban tartsa a szerkezet rúdját. Jelöljük a dőlési szöget ebben a pillanatban β -val. Ha az emelőrudat a β szögben tartjuk, és a kezdeti szögsebesség nulla, akkor az emelőrud örökre ebben a helyzetben marad. Ez a mozdulatlan állapot felemelt emelőrúddal. Ennek a helyzetnek a stabilitása a kanálba folyó Φ vízmennyiségtől (vízhozamtól) függ. Ha Φ

meghalad egy bizonyos Φ_2 értéket, akkor a mozdulatlan állapot stabil, és a mozsár nem kerülhet a munkavégző funkcióba. Más szavakkal: Φ_2 -nél nagyobb vízhozam esetén a mozsár nem működik.

A rizshántoló mozsár működési ciklusa:

(a) Kezdetben nincs víz a kanálban, a mozsártörő a mozsárban nyugszik. Lassan csordogálva víz folyik a kanálba, eközben az emelő rúdja mégis vízszintes helyzetű marad.

(b) Egy bizonyos pillanatban a víz mennyisége eléri azt a határt, ami az emelő rúd felemeléséhez kell. A megdőlés hatására a víz megindul a kanál távolabbi oldala felé, ezzel még gyorsabban dönti az emelő rudat. A víz az $\alpha = \alpha_1$ szöghelyzet elérésekor kezd kifolyni.

(c) Amint az α szög növekszik, a víz tovább folyik ki. Egy bizonyos $\alpha = \beta$ dőlési szögnél a teljes forgatónyomaték nulla.

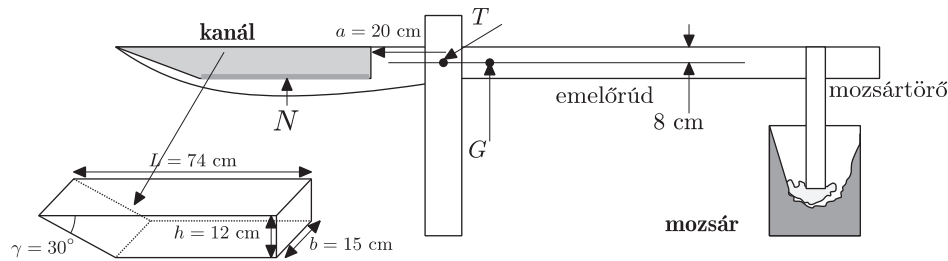
(d) α folyamatosan növekszik, a víz kifolyása addig folytatódik, amíg a kanál teljesen kiürül.

(e) α továbbra is növekszik a rendszer tehetetlensége miatt. A kanál alakja miatt hiába folyik víz a kanálba, azonnal kifolyik onnan. Az emelő rúd tehetetlenségi mozgása addig folytatódik, amíg α eléri a maximális α_0 értékét.

(f) Mivel nincs víz a kanálban, az emelő rúd súlya visszahúzza a rendszert az eredeti vízszintes helyzetbe. A mozsártörő beleszapódik a (rizst tartalmazó) mozsárba, és ezután egy új ciklus kezdődik el.

A probléma. Az általunk vizsgált vízzel hajtott rizshántoló mozsár (3. ábra) paraméterei a következők: Az emelő rúd tömege (a mozsártörővel együtt, ha a kanálban nincs víz): $M = 30$ kg. Az emelő rúd tömegközéppontja G . Az emelő rúd a T tengely körül forog (melynek vetülete az ábrán a T pont). Az emelőnek a T tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka: $I = 12$ kg \cdot m². Amennyiben a kanálban víz van, ennek a víznek a tömegét jelölje m , tömegközéppontja pedig legyen N . Az emelő rúd vízszinteshez viszonyított dőlésszöge α .

A berendezés legfontosabb geometriai adatait a 3. ábra mutatja.



3. ábra. A rizshántoló mozsár tervrajza és méretezése

Hanyagoljuk el a tengely körüli forgáskor fellépő súrlódást, valamint a kanálba eső víz által kifejtett erőt. Továbbá közelítésként tekintünk a kanálban levő víz felszínét mindig vízszintesnek.

1. A mozsár felépítése.

Kezdetben a kanál üres, és az emelő rúd vízszintes. Ezután fokozatosan egyre több víz folyik a kanálba, mígnem az emelő rúd elkezd forogni. Ebben a pillanatban a kanálban levő víz mennyisége: $m = 1,0$ kg.

1.1. Határozd meg az emelő rúd G tömegközéppontjának a T forgástengelytől mért távolságát! Ha a kanál üres, GT vízszintes.

1.2. Amikor az emelő rúd eléri a vízszinteshez viszonyított α_1 szögű helyzetet, a víz elkezd kifolyni a kanálból, míg az emelő rúd α_2 szögű helyzeténél a kanál teljesen kiürül. Határozd meg az α_1 és az α_2 szöveget!

1.3. Legyen $\mu(\alpha)$ a (T tengelyre vonatkoztatott) teljes forgatónyomaték, amely az emelő rúd, valamint a kanálban levő víz súlyából származik. A $\mu(\alpha)$ forgatónyomaték $\alpha = \beta$ esetén zérussá válik. Határozd meg a β szöveget, valamint ebben a helyzetben a kanálban levő víz m_1 tömegét!