

Ez a feladat öt, egymástól független részből áll. Minden részben *csak nagyságrendi becslést* kell végezned, nem szükséges pontos választ adnod.

**Digitális kamera.** Tekintsünk egy  $N_p = 5$  Mpix (1 Mpix =  $10^6$  pixel) érzékelőfelületű digitális kamerát. A négyzet alakú, CCD érzékelőlap lineáris mérete (oldala)  $L = 35$  mm. A kamera lencséjének fókusz távolsága:  $f = 38$  mm. A lencsén megjelenő, jól ismert számsorozatot (2, 2,8, 4, 5,6, 8, 11, 16, 22)  $F$ -számoknak (numerikus apertúrának) hívjuk, és így jelölünk:  $F\#$ , és a fókusz távolság és a  $D$  lencsenyílás (apertúra) átmérőjének arányaként definiálunk:  $F\# = f/D$ .

**3.1.** (1 pont) Add meg a kamera lehető legjobb, csak a lencse által korlátozott  $\Delta x_{\min}$  felbontóképességét az érzékelőfelületén. Eredményedet fejezd ki a  $\lambda$  hullámhossz és  $F\#$  (numerikus apertúra) segítségével, majd add meg a felbontóképesség számszerű értékét is  $\lambda = 500$  nm esetén.

**3.2.** (0,5 pont) Add meg a megapixelek ahhoz szükséges  $N$  számát, hogy a CCD érzékelő megfeleljen a fenti optimális felbontóképességnek.

**3.3.** (0,5 pont) Időnként a fényképészek úgy próbálják a kamerájukat használni, hogy a lehető legkisebb nyílást (apertúrát) állítják be. Tegyük fel, hogy a fényképezőgépünk  $N_0 = 16$  Mpix-es, és érzékelőfelületének mérete, valamint lencséjének fókusz távolsága az előzőekkel megegyező. Milyen  $F\#$  értéket állítsunk be, hogy a kép minőségét az optika ne korlátozza?

**3.4.** (0,5 pont) Tudjuk, hogy az emberi szem szög szerinti felbontóképessége nagyjából  $\varphi = 2''$  (szögmásodperc), és egy tipikus nyomtató minimum 300 dpi (dots per inch, azaz pont/hüvelyk) finomsággal nyomtat, legalább milyen minimális  $z$  távolságra tartasuk az oldalt a szemünktől, hogy ne lássuk külön-külön a pontokat?

*Adatok:* 1 hüvelyk = 25,4 mm,  $1'' = 2,91 \cdot 10^{-4}$  rad.

**Keménytojás.** A hűtőszekrényből kivett tojás hőmérséklete  $T_0 = 4$  °C. Ezt a tojást forrásban lévő vízbe tesszük. A víz jól ismert forráspontját jelöljük így:  $T_1$ .

**3.5.** (0,5 pont) Mekkora  $U$  mennyiségű energiára van szükség ahhoz, hogy az egész tojás kicsapódjon (koagulálódjon)?

**3.6.** (0,5 pont) Mekkora  $J$  hőáramsűrűség folyik a tojásba, ha a közepe még hideg?

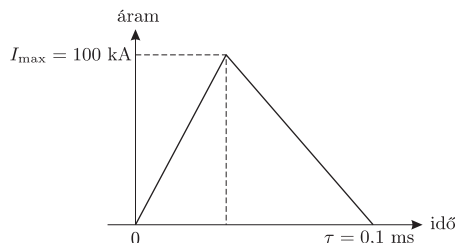
**3.7.** (0,5 pont) Mekkora  $P$  fűtőteljesítmény melegíti ilyenkor a tojást?

**3.8.** (0,5 pont) Ilyen hőátadással mennyi idő alatt lesz kemény a tojás?

*Segítség:* Használhatod a hővezetés egyszerűsített Fourier-törvényét:  $J = \kappa \Delta T / \Delta r$ , ahol  $\Delta T$  a feladat tipikus  $\Delta r$  hossz méretéhez tartozó hőmérsékletkülönbség. A  $J$  hőáramsűrűség mértékegysége:  $W m^{-2}$ .

*Adatok:* A tojás (tömeg) sűrűsége:  $\mu = 10^3$  kg  $m^{-3}$ . A tojás fajhője:  $c = 4,2$  J  $K^{-1} g^{-1}$ . A tojás sugara:  $R = 2,5$  cm. A tojásfehérje kicsapódási hőmérséklete:  $T_c = 65$  °C. Hővezetési együttható (melyről feltételezhetjük, hogy a folyékony és a szilárd tojásfehérjére ugyanakkora):  $\kappa = 0,64$  W  $K^{-1} m^{-1}$ .

**Villámlás.** A villámok nagyon leegyszerűsített modelljével foglalkozunk. A villámokat a felhőkben felhalmozódó elektrosztatikus töltések okozzák. A felhők alja rendszerint pozitív töltésű, a tetejük negatív töltésű, és a felhő alatt a talaj negatívan töltött. Ha az elektromos térerősség eléri a levegő átütési értékét, akkor kisülés következik be; ez a villám.



3. ábra. Egy villám idealizált impulzusa (a felhő és a talaj között folyó áramerősség az idő függvényében)

A következő kérdésekre ennek az egyszerűsített áramerősség-idő görbének (3. ábra) és az alábbi adatoknak a segítségével válaszolj:

A felhő alja és a talaj közötti távolság:  $h = 1$  km.

A nedves levegő átütési térerőssége:  $E_0 = 300$  kV  $m^{-1}$ .

A Földet évente elérő villámok teljes száma:  $32 \cdot 10^6$ .

A Föld népessége:  $6,5 \cdot 10^9$  ember (= 6,5 Gigaember).

**3.9.** (0,5 pont) Mekkora egy villám  $Q$  töltése?

**3.10.** (0,5 pont) Mekkora átlagos  $I$  áram folyik villámláskor a felhő alja és a talaj között?

**3.11.** (1 pont) Képzeld el, hogy a viharok egy év alatti összes elektromos energiáját összegyűjtjük, majd egyenletesen szétosztjuk az emberek között. Milyen hosszan tudna folyamatosan világítani egy 100 W-os izzólámpa az egy emberre jutó átlagos energiával?

**Hajszálerek.** Az emberi vért tekintsük olyan összenyomhatatlan, viszkózus folyadéknak, melynek  $\mu$  (tömeg-) sűrűsége megegyezik a vízével, dinamikus viszkozitása pedig  $\eta = 4,5 \text{ g m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . A hajszálér-hálózatot egyenes,  $r$  sugarú,  $L$  hosszúságú hengeres csövekkel modellezzük, és a véráram leírására a Poiseuille-féle

$$\Delta p = RD$$

törvényt alkalmazzuk, mely a hidrodinamikában hasonló szerepet játszik, mint az elektromosságban az Ohm-törvény. A fenti képletben  $\Delta p$  az ér (cső) eleje és vége közti nyomáskülönbség, a  $D = Sv$  (vér-) hozam az ér  $S$  keresztmetszetén időegység alatt átáramlott folyadék térfogata,  $v$  pedig a véráram sebessége. Az  $R$  áramlási ellenállást a következő formula adja meg:

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}.$$

Nyugalmi állapotban az emberi nagyvérkörben (amely a szív bal pitvarától a jobb kamráig vezet) a „vérhozam”  $D \approx 100 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ . A következő kérdések megválaszolásánál a nagyvérkör leírására olyan modellt használj, melyben a hajszálerek párhuzamosan vannak kapcsolva, és mindegyikük  $r = 4 \text{ }\mu\text{m}$  sugarú,  $L = 1 \text{ mm}$  hosszúságú, és  $\Delta p = 1 \text{ kPa}$  nyomáskülönbségnek van kitéve.

**3.12.** (1 pont) Hány hajszálér található az emberi testben?

**3.13.** (0,5 pont) Mekkora  $v$  sebességgel áramlik a vér a hajszálerekben?

**Felhőkarcoló.** Egy 1000 m magas felhőkarcoló aljánál a külső levegő hőmérséklete  $T_{\text{lent}} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ . Célunk a felhőkarcoló tetejénél mérhető  $T_{\text{fent}}$  külső hőmérséklet megállapítása. Tekintsünk egy vékony levegőréteget (ideális nitrogéngáz, adiabatikus kitevője  $\gamma = 7/5$ ), amely lassan  $z$  magasságba emelkedik, ahol a nyomás alacsonyabb, valamint tegyük föl, hogy a levegőréteg eközben adiabatikusan tágul, és így hőmérséklete a környező levegőével megegyező értékre csökken.

**3.14.** (0,5 pont) Határozd meg a  $dT/T$  relatív hőmérsékletváltozásnak és a  $dp/p$  relatív nyomásváltozásnak a hányadosát!

**3.15.** (0,5 pont) Fejezd ki a  $dp$  nyomáskülönbséget a  $dz$  magasságváltozás függvényében!

**3.16.** (1 pont) Mennyi a levegő hőmérséklete a felhőkarcoló tetejénél?

*Adatok:* A Boltzmann-állandó:  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ . A nitrogénmolekula tömege:  $m = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ . A nehézségi gyorsulás:  $g = 9,80 \text{ m s}^{-2}$ .