

Legyen t irracionális szám, és tetszőleges x, y egész számokra legyen

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \{tx\} > \{ty\}; \\ 0, & \text{ha } \{tx\} \leq \{ty\}. \end{cases}$$

Az $f(x, y)$ függvény többféleképpen is felírható $u(x) + v(y) + w(x - y)$ alakban, ahol az u, v és w függvények az egész számokhoz rendelnek valós számokat. Bizonyítsuk be, hogy

- (a) Az f függvénynek létezik olyan felírása, amikor u, v és w is korlátos;
- (b) Létezik olyan felírás, amikor u, v és w is csak egész értékeket vesz fel;
- (c) Nincs olyan felírás, amikor u, v és w is korlátos és csak egész értékeket vesz fel.