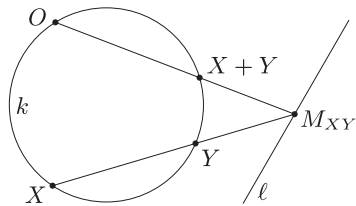


Adott a síkon egy k kör, a körön kívül fekvő ℓ egyenes, továbbá a körön egy O pont.

Definiáljuk a k kör pontjain a $+$ kétváltozós műveletet a következőképpen. A kör bármely X, Y pontpárjára jelöljük M_{XY} -nal ℓ és az XY egyenes metszéspontját. (Ha $X = Y$, akkor az XY egyenes az érintő. Ha a két egyenes párhuzamos, akkor M_{XY} az ℓ ideális pontja.) Szerkesszük meg az OM_{XY} egyenes és a kör másik metszéspontját. (Ha OM_{XY} érinti a kört, akkor a másik metszéspont is O .) Ez a pont legyen $X + Y$.



Mutassuk meg, hogy a $+$ művelet kiterjeszthető a k kör és az ℓ egyenes összes, valamint ℓ ideális pontjára úgy, hogy a pontok a $+$ művelettel kommutatív csoportot alkossanak, amelynek egységeleme az O pont, azaz teljesüljenek a következő feltételek:

- a) Tetszőleges X, Y, Z -re $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$;
- b) Tetszőleges X, Y esetén $X + Y = Y + X$;
- c) Tetszőleges X -re $X + O = X$;
- d) Tetszőleges X -hez létezik olyan Y , amelyre $X + Y = O$.