

Adottak a diszjunkt  $S$  és  $T$  halmazok, valamint az  $S$  elemein a  $*$ , a  $T$  elemein a  $\circ$  kétváltozós művelet (tehát  $a, b \in S$ , illetve  $c, d \in T$  esetén  $a * b \in S$  és  $c \circ d \in T$ ). Mindkét művelet asszociatív; más szóval:  $(S, *)$  és  $(T, \circ)$  félcsoportok.

Azt is tudjuk, hogy tetszőleges  $t \in T$ -hez léteznek olyan  $u, v \in T$  elemek, amelyekre  $u \circ t = t \circ v = t$ .

Legyen  $f: S \rightarrow T$  egy tetszőleges leképezés. Definiáljuk az  $S \cup T$  halmazon a  $\otimes$  műveletet a következőképpen:

$$a \otimes b = \begin{cases} a * b & \text{ha } a, b \in S, \\ f(a) \circ b & \text{ha } a \in S, b \in T, \\ a \circ f(b) & \text{ha } a \in T, b \in S, \\ a \circ b & \text{ha } a, b \in T. \end{cases}$$

Mutassuk meg, hogy a  $\otimes$  művelet akkor és csak akkor asszociatív, ha  $f$  homomorfizmus, azaz tetszőleges  $a, b \in S$  esetén  $f(a * b) = f(a) \circ f(b)$ .