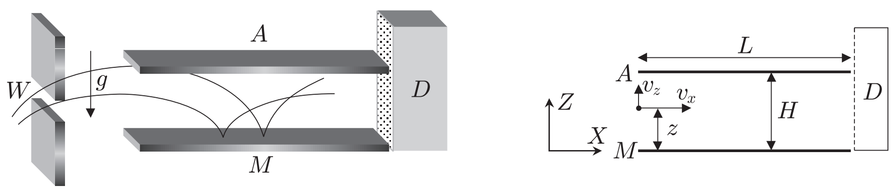
Neutronok gravitációs mezőben

A megszokott klasszikus világban a földön rugalmasan pattogó labda a vég nélküli mozgás ideális példája. A labda csapdában van, nem mehet a földfelszín alá és a felső holtpont fölé. Kötött állapotban marad, mindig visszafordul és fölpattan. Csak a közegellenállás és az ütközés rugalmatlansága állíthatja meg, amitől viszont a következőkben eltekintünk.

Fizikusok egy csoportja a grenoble-i Laue–Langevin Intézetben 2002-ben megjelentetett egy cikket[1] a földi gravitációs mezőben végzett neutronejtési kísérletről. A kísérletben a jobbra mozgó neutronok szabadon estek egy vízszintes, neutrontükörként viselkedő kristályfelületre, ahonnan rugalmasan visszapattantak a kezdeti magasságukig, és ez ismétlődött …

A kísérlet vázlatát az *F-1. ábra* mutatja. A rendszer egy W bemenőnyílásból, egy M neutrontükörből ($z = 0$ magasságban), egy L hosszúságú A neutronelnyelő falból ($z = H$ magasságban) és egy D neutrondetektorból áll. A neutronsugár állandó v_x vízszintes sebességgel repül az A és M közötti üregben W-től D-ig. Mindegyik neutron, amely eléri az A felületet, elnyelődik, azaz eltűnik a kísérletből. Azok, amelyek elérik az M felületet, rugalmasan visszaverődnek. A D detektor azon neutronok $N(H)$ számát méri, amelyek egységnyi idő alatt elérik a detektort.



F-1. ábra

Az üregbe belépő neutronok sebességének v_z függőleges komponense mind pozitív, mind negatív irányban széles tartományban változik. Az üregbe belépő neutronok a tükör és az elnyelő felület között repülnek.

1. Határozd meg klasszikusan a z magasságban belépő neutronok $v_z(z)$ függőleges sebességének azt a tartományát, amelyben a neutron eléri a detektort! Tedd fel, hogy L sokkal hosszabb, mint a feladatban bármely más hosszúság!

2. Számold ki klasszikusan az üreg L_c minimális hosszát, amely biztosítja, hogy az előző pontban szereplő sebességtartományon kívüli neutronok minden z esetén elnyelődjenek A-ban! Legyen $v_x = 10\ \mathrm{ms}^{-1}$ és $H = 50\ \mu$m.

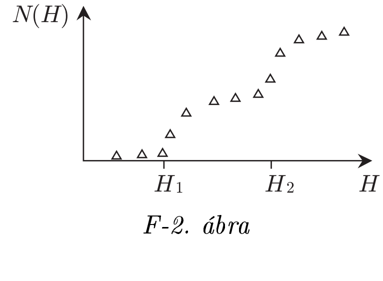
Az $N(H)$ átmenő neutronfluxust mérjük D-ben. Azt várjuk, hogy ez a mennyiség monoton növekszik H-val.

3. Határozd meg klasszikusan a detektort időegységenként elérő összes neutron $N_c(H)$ számát, feltéve, hogy a belépő neutronnyalábban minden v_z sebesség és minden z magasság egyformán valószínű. A választ az üregbe egységnyi idő alatt, egységnyi v_z függőleges sebességtartományban és egységnyi z magasságtartományban belépő neutronok számát megadó ϱ állandóval fejezd ki!

A grenoble-i csoport által kapott eredmények nem egyeztek a fenti klasszikus jóslattal, helyette $N(H)$ kísérleti értékei hirtelen ugrásokat mutattak, amikor H bizonyos kritikus értékeket $(H_1, H_2, \ldots)$ átlépett. Ezt mutatja vázlatosan az *F-2. ábra.* Más szavakkal, a kísérlet azt mutatta, hogy a neutron függőleges pattogó mozgása kvantált. Hasonlóan ahhoz, ahogy Bohr és Sommerfeld a hidrogénatom energiaszintjeit megkapta, itt is úgy fogalmazhatunk, hogy „az S hatás a h Planck-állandó egész számszorosa”. Ebben a feladatban S-et az

$$S = \int p_z(z)\, dz = nh, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

összefüggés határozza meg (Bohr–Sommerfeld kvantumfeltétel), ahol p_z az impulzus függőleges komponense, és az integrált a pattogás teljes periódusára kell elvégezni. Csak olyan neutronok haladhatnak az üregben, melyek a feltételt kielégítő S-sel rendelkeznek.



F-2. ábra

4. Számold ki azokat a H_n holtpontmagasságokat és E_n energiaszinteket (ahol E_n a függőleges mozgáshoz tartozó mechanikai energia), amelyeket a Bohr–Sommerfeld kvantálás megenged! Add meg H_1 számszerű értékét μm-ben és E_1 értékét eV-ban!

[1] V. V. Nesvizhevsky et al., „Quantum states of neutrons in the Earth's gravitational field.” Nature, **415** (2002) 297., Phys Rev. **D 67**, 102002 (2003).

A kvantálással a hosszú üregen keresztülrepülő neutronok belépéskor egyenletes eloszlása megváltozik, és ezért detektáltak lépcsőszerű eloszlást (lásd az *F-2. ábrát.*) A továbbiakban az egyszerűség kedvéért egy $H < H_2$ magasságú, hosszú üreget vizsgálunk. Klasszikusan minden, az 1. kérdésben meghatározott energiatartományban levő neutron keresztülmehet az üregen, de a kvantummechanika szerint csak azok, melyek energiája E_1. Az energiára és időre vonatkozó Heisenberg-féle határozatlansági reláció szerint ez az energiaérték meghatároz egy minimális repülési időt.

5. Becsüld meg a minimális t_q repülési időt és az üregnek ehhez tartozó minimális L_q hosszát, amely ahhoz szükséges, hogy meg tudjuk figyelni a neutronok D-ben mért számában az első éles növekedést. Legyen $v_x = 10\ \mathrm{ms}^{-1}$.

Adatok:	Planck-állandó	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js,
	fénysebesség vákuumban	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{ms}^{-1}$,
	elemi töltés	$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C,
	neutron tömege	$M = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg,
	nehézségi gyorsulás	$g = 9{,}81\ \mathrm{ms}^{-2}$.
	Ha szükséges, használd:	$\int (1-x)^{1/2}\, dx = -\dfrac{2(1-x)^{3/2}}{3}$.