

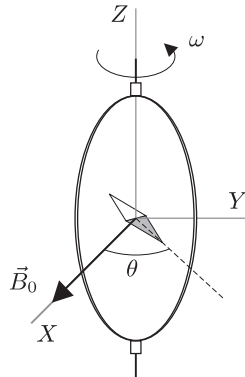
## Elektromos mennyiségek abszolút mérése

A XIX. században a technológiai és tudományos fejlődés szükségessé tette, hogy az elektromos mennyiségeknek általánosan elfogadott etalonja legyen. Úgy gondolták, hogy az új abszolút egységek csak a távolság, a tömeg és az idő etalonjaira épülhetnek, melyeket a francia forradalom után hoztak létre. 1861-től 1912-ig intenzív kísérleti munka folyt ezeknek az egységeknek a megalapozására. Itt három tanulmányt mutatunk be.

**Az ohm meghatározása (Kelvin).** Egy  $N$  menetes,  $a$  sugarú,  $R$  ellenállású kör alakú zárt tekercs állandó  $\omega$  szögsebességgel forog a függőleges átmérője körül  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{i}$  vízszintes mágneses térben.

1. Határozd meg a tekercsben indukálódó  $\varepsilon$  elektromotoros erőt, és a tekercs forgatásához szükséges  $\langle P \rangle$  átlagos teljesítményt<sup>1</sup>! A tekercs önindukcióját hanyagold el!

A tekercs középpontjába egy kicsiny mágnesűt helyezünk az *F-1. ábrán* látható módon. A mágnesűt lassan szabadon elfordulhat a  $Z$  tengely körüli vízszintes síkban, de a tekercs gyors forgását már nem tudja követni.

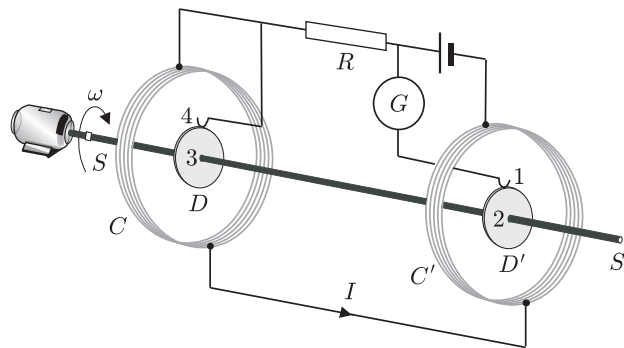


F-1. ábra

2. Az állandósult állapot elérése után a mágnesűt kis  $\theta$  szöget zár be a  $\vec{B}_0$  vektorral. Fejezd ki a tekercs  $R$  ellenállását ennek a szögnek és a rendszer többi paraméterének függvényében!

Lord Kelvin ezt a módszert használta az 1860-as években az ohm abszolút egységének rögzítéséhez. A forgó tekercs kiküszöbölésére Lorenz egy alternatív módszert javasolt, melyet Lord Rayleigh és Eleanor Sidgwick használt, és amit a következő részben megvizsgálunk.

**Az ohm meghatározása (Rayleigh, Sidgwick).** A kísérleti elrendezés az *F-2. ábrán* látható. Az elrendezés két egyforma,  $b$  sugarú fémkorongból áll ( $D$  és  $D'$ ), melyek a közös  $SS'$  fémtengelyre vannak erősítve. A tengelyt egy motor  $\omega$  szögsebességgel forgatja. A szögsebességet  $R$  méréséhez változtatni lehet. A korongokat két egyforma,  $a$  sugarú,  $N$  menetes tekercs veszi körül ( $C$  és  $C'$ ). A tekercsek úgy vannak sorbakötve, hogy az  $I$  áram a két tekercsen ellentétes irányban folyik keresztül. Az egész berendezés az  $R$  ellenállás mérésére szolgál.



F-2. ábra

3. Tegyük fel, hogy a  $C$  és  $C'$  tekercsken átfolyó  $I$  áram homogén mágneses teret hoz létre a  $D$  és  $D'$  korongok körül, melynek  $B$  nagysága megegyezik a tekercsek középpontjában kialakuló tér nagyságával. Számítsd ki<sup>2</sup> a korongok

<sup>1</sup>Egy  $X(t)$  periodikus mennyiség  $\langle X \rangle$  átlagértéke  $\langle X \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt$ , ahol  $T$  a periódusidő.

<sup>2</sup>Szükséged lehet a következő integrálokra:

$$\int_0^{2\pi} \sin x dx = \int_0^{2\pi} \cos x dx = \int_0^{2\pi} \sin x \cos x dx = 0, \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx = \pi,$$

később

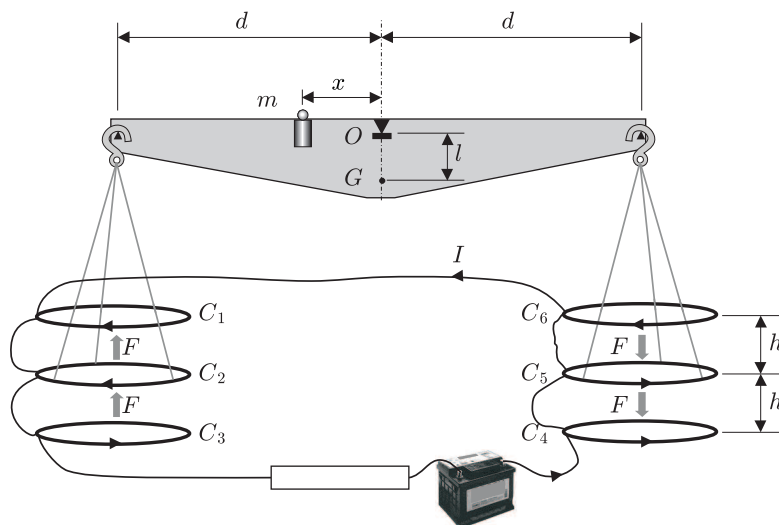
$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}.$$

peremén lévő 1-es és 4-es pont közt keletkező  $\varepsilon$  indukált elektromotoros erőt! Kihasználhatod, hogy a tekercsek közti távolság sokkal nagyobb a tekercsek sugaránál, és  $a \gg b$ .

A korongokat az 1-es és a 4-es pontban érintkező kefék kapcsolják a hálózatba. A  $G$  galvanométer jelzi az 1–2–3–4 áramkörben folyó áramot.

4. Az  $R$  ellenállást akkor mérjük, amikor  $G$  nullát mutat. Fejzd ki  $R$  értékét a rendszer fizikai paramétereivel!

**Az amper meghatározása.** Ha két vezetõn áram folyik át, és megmérjük a köztük fellépõ erõt, akkor ez az áram abszolút meghatározását teszi lehetővé. A Lord Kelvin által 1882-ben javasolt „árammérleg” ezt az elvet használja. Az árammérleg hat egyforma,  $a$  sugarú, egymenes, sorbakapcsolt tekercset tartalmaz ( $C_1 \dots C_6$ ). A rögzített  $C_1, C_3, C_4$  és  $C_6$  tekercsek az *F-3. ábrán* látható módon két, egymástól  $2h$  távolságra lévő vízszintes síkban fekszenek. A  $C_2$  és  $C_5$  tekercsek  $d$  hosszúságú mérlegkarokra vannak akasztva, és a mérleg egyensúlyi helyzetében egyforma messze vannak a két síktól.



*F-3. ábra*

Az  $I$  áram úgy folyik át a tekercseken, hogy a  $C_2$  tekercsre felfelé, a  $C_5$  tekercsre lefelé mutató mágneses erõ hat. Az  $O$  forgástengelytõl  $x$  távolságra elhelyezett  $m$  tömeg szolgál arra, hogy a fent leírt egyensúlyi állapotot helyreállítsa abban az esetben, amikor a tekercseken áram folyik át.

5. Fejzd ki a  $C_2$  tekercsre ható, a  $C_1$  tekercsrel való mágneses kölcsönhatásból származó  $F$  erõt! Az egyszerűség kedvéért tételezd fel, hogy az egységnyi hosszra ható erõ megegyezik a két végtelen hosszú párhuzamos vezetõ közt egységnyi hosszon fellépõ erõvel!

6. Az  $I$  áramot a mérleg egyensúlyi helyzetében mérjük. Fejzd ki  $I$  értékét a rendszer fizikai paramétereinek függvényében! A berendezés méretei olyanok, hogy a bal oldalon és a jobb oldalon lévő tekercsek közti kölcsönhatás elhanyagolható.

Legyen  $M$  a mérleg tömege ( $m$  és a ráakasztott részek nélkül),  $G$  a tömegközéppontja, az  $\overline{OG}$  távolság pedig  $l$ !

7. A mérleg egyensúlyi állapota stabilis, ha a  $C_2$  tekercs magassága kicsiny  $\delta z$ , a  $C_5$  tekercs pedig  $-\delta z$  értékkel megváltozik. Határozd meg<sup>3</sup> azt a  $\delta z_{\max}$  maximális értéket, ahol a mérleg az elengedés után még az egyensúlyi helyzet irányába kezd el mozogni!

<sup>3</sup>Feltételezd, hogy a tekercsek középpontjai közelítõleg egy vonalban maradnak!

Használd a következõ közelítéseket:  $\frac{1}{1 \pm \beta} \approx 1 \mp \beta + \beta^2$  vagy  $\frac{1}{1 \pm \beta^2} \approx 1 \mp \beta^2$ , ha  $\beta \ll 1$ , és  $\sin \theta \approx \text{tg } \theta$ , ha  $\theta$  kicsi.