

Legyen $q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, és definiáljuk a pozitív egészekben értelmezett f függvényt a következőképpen.

1. Legyen $f(1) = 2$;

2. Ha $f(1), \dots, f(n-1)$ -et már definiáltuk, és az n nem szerepel ezek között, akkor legyen $f(n) = f(n-1) + 1$;

3. Ha $f(1), \dots, f(n-1)$ -et már definiáltuk, és az n szerepel ezek között, akkor legyen k a legkisebb pozitív egész, amelyre $f(k) = n$, és legyen $f(n) = n + k$. Igazoljuk, hogy tetszőleges n pozitív egészre

$$qn - \frac{1}{q} < f(n) \leq qn + \frac{1}{q^2}.$$