

Egy fagráfot  $p^n$  típusúnak nevezünk, ha gyökerén kívül további  $n$  szintje van, és a legfelső szintjét kivéve minden csúcsban  $p$ -felé ágazik.

a) Egy  $4^n$  típusú gráf „leveleit” (legfelső csúcsait) kiszíneztük  $3k$  színnel. Mutassuk meg, hogy a gráf tartalmaz olyan  $2^n$  típusú részgráfot, amelynek levelei legfeljebb  $k$  színnel vannak színezve.

b) Tetszőleges  $k$  pozitív egészhez mutassunk példát olyan  $4^n$  típusú gráfra, amelynek levelei kiszínezhetők  $3k + 1$  színnel úgy, hogy bármelyik  $2^n$  típusú részgráfjának levelein legalább  $k + 1$  szín szerepeljen.