*Első megoldás.* Legyen
$$\sqrt{1+x}=a \qquad \text{ésa} \qquad \sqrt{1-x}=b,$$
akkor
$$(a-b)^2=(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})^2=2-2\sqrt{1-x^2}=2-2\sqrt{1-\frac{3}{4}}=1,$$
tehát
$$a-b=1$$
Továbbá
$$a^2+b^2=(1+x)+(1-x)=2$$
és
$$ab=\frac{a^2+b^2-(a-b)^2}{2}=\frac{1}{2}$$
Ennélfogva
$$\frac{1+x}{1+\sqrt{1+x}}+\frac{1-x}{1-\sqrt{1-x}}=\frac{a^2}{1+a}+\frac{b^2}{1-b}=$$
$$=\frac{a^2+b^2-ab(a-b)}{1+(a-b)-ab}=\frac{2-\frac{1}{2}}{1+1-\frac{1}{2}}=1.$$

*Második megoldás.* Ha a nevezőket végszerűsítjük, azután a számlálót és nevezőt $x$-szel megszorozzuk s végre $x$ értékét helyettesítjük, ered:
$$\frac{1}{3}\left[-6+2\sqrt{3}\left(\sqrt{1+\sqrt{\frac{3}{4}}}+\sqrt{1-\sqrt{\frac{3}{4}}}\right)+3\left(\sqrt{1+\sqrt{\frac{3}{4}}}-\sqrt{1-\sqrt{\frac{3}{4}}}\right)\right].$$
De
$$\sqrt{1+\sqrt{\frac{3}{4}}}+\sqrt{1-\sqrt{\frac{3}{4}}}=\sqrt{\left(\sqrt{1+\sqrt{\frac{3}{4}}}+\sqrt{1-\sqrt{\frac{3}{4}}}\right)^2}=\sqrt{3}$$
és
$$\sqrt{1+\sqrt{\frac{3}{4}}}-\sqrt{1-\sqrt{\frac{3}{4}}}=\sqrt{\left(\sqrt{1+\sqrt{\frac{3}{4}}}-\sqrt{1-\sqrt{\frac{3}{4}}}\right)^2}=1,$$
mely értékeket helyettesítve ismét 1-et kapunk eredményül.

*(Basch Rudolf, Budapest.)*

*A feladatot még megoldották:* Erdős V., Fried E., Koffler B., Szántó L.