I. megoldás. A piros és kék pontok a kört ívekre osztják; írjunk minden egyes ívre $(+1)$-et vagy (-1)-et úgy, hogy a piros pontok két oldalán egyenlő, a kék pontok két oldalán pedig ellentett számok álljanak. Mivel a kék pontok száma minden lépésben párossal változik, ezért mindig páros sok kék pont van a körvonalon. Az ívek fenti számozása tehát kétféleképpen végezhető el, és az egyik számozásból úgy kapjuk a másikat, hogy minden íven előjelet váltunk. Megmutatjuk, hogy az ívekre írt számok összege minden lépés után osztható marad 3-mal. A kezdeti állapotban ez igaz, mert egy $(+1)$-et és egy (-1)-et adunk össze.

Ha egy lépésben egy i ívre piros pontot ültetünk, akkor a beillesztett piros pont szomszédjainak színe megváltozik, ezért a lépés előtti ívszámozásból helyes ívszámozást kapunk, ha a beillesztett piros pont két oldalán keletkező részívekre az i ívre írt szám ellentettjét írjuk, a további íveken pedig megtartjuk a számozást. Piros pont törlésekor fordítva járunk el. Az ívekre írt számok összege mindkét esetben 3-mal változik, tehát ha korábban 3-mal osztható volt az összeg, úgy ez a lépés után is így marad.

Ha néhány lépés után két piros pont marad, akkor két egyenlő szám kerül a kör kerületére, melyek összege nem osztható 3-mal. Ezt az állapotot tehát nem lehet elérni. $\square$

II. megoldás. Ismét azt igazoljuk, hogy nem kaphatunk két piros pontot az adott lépésekkel. Feleltessünk meg a pontoknak egy-egy geometriai transzformációt: a kék pontok jelentsék a t-vel jelölt tengelyes tükrözést az x-tengelyre, a piros pontok pedig az f-fel jelölt, origó körüli, $120°$-os elforgatásnak feleljenek meg.

Megmutatjuk, hogy azokban a pontrendszerekben, amelyek két kék pontból kiindulva előállíthatóak, a pontoknak megfeleltetett egybevágósági transzformációk szorzata – tetszőleges kék vagy piros pontból indulva és pozitív körüljárás szerint haladva – a minden pontot fixen hagyó, identikus transzformáció. Ez a kezdeti állapotban (két tükrözés) teljesül. Elegendő tehát megmutatnunk, hogy a lépések megőrzik ezt a tulajdonságot, hiszen két piros pontra a megfelelő egybevágóságok szorzata egy $-120°$-os forgatás.

Először is figyeljük meg, hogy ha egy rögzített kék vagy piros p pontból kiindulva a megfelelő transzformációk szorzata minden pontot helyben hagy, akkor tetszőleges p' ponttól kezdve a transzformációk elvégzését, szintén az identikus transzformációt kapjuk. Ez azért igaz, mert ha p-től p'-ig (pozitív körüljárás szerint) a transzformációk szorzata egy τ egybevágóság, akkor a $p'p$ íven a szorzat szükségképpen a τ^{-1} inverz leképezés. Ha viszont p'-ből indulunk, akkor a szorzat transzformációt úgy kapjuk, hogy először a τ^{-1}, majd a τ transzformációt végezzük el, ám ez a leképezés-sorozat is minden pontot helyben hagy.

Tegyük tehát fel, hogy valamely állapotban a transzformációk szorzata az identitás, és tekintsünk egy tetszőleges lépést. A lépés négyféle lehet:

$$ff \Leftrightarrow tft, \qquad ft \Leftrightarrow tff, \qquad tf \Leftrightarrow fft, \qquad tt \Leftrightarrow fff;$$

a transzformációk szorzata egyik esetben sem változik, ha a kiindulópont a megváltozott pontokon kívülre esik, tehát legalább egy esetben. Láttuk, hogy a transzformációk szorzata ekkor bármely kiinduló pontból az identitás lesz, amivel állításunkat igazoltuk. $\square$