Jelöljük az elugró levelibéka kezdősebességének vízszintes komponensét v_x-szel, a függőleges összetevőt v_y-nal, a mozgás idejét pedig t-vel. A ferde hajítás képletei szerint

$$v_x t = s \qquad \text{és} \qquad h = -\frac{g}{2}t^2 + v_y t,$$

vagyis

$$v_x = \frac{s}{t} \qquad \text{és} \qquad v_y = \frac{h + (g/2)t^2}{t} = \frac{h}{t} + \frac{g}{2}t.$$

Ezek segítségével kiszámíthatjuk a béka elrugaszkodásakor végzett munkáját, ami a kezdeti mozgási energiájával egyenlő:

$$E = \frac{m}{2}\left(v_x^2 + v_y^2\right).$$

Ennek a kifejezésnek keressük a minimumát a t változó függvényében. A minimum „helye" szempontjából az $m/2$-es tényező érdektelen, tehát elhagyható. Tekintsük a

$$v_x^2 + v_y^2 = \left(\frac{s}{t}\right)^2 + \left(\frac{h}{t} + \frac{g}{2}t\right)^2 = \frac{s^2 + h^2}{t^2} + \frac{g^2t^2}{4} + gh$$

kifejezést! Az utolsó tag t-től független állandó, tehát a minimum keresésénél elhagyhatjuk. Másrészt a számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenség szerint

$$\frac{s^2 + h^2}{t^2} + \frac{g^2t^2}{4} \ge 2\sqrt{\frac{s^2 + h^2}{t^2} \cdot \frac{g^2t^2}{4}} = g\frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{g}.$$

Az egyenlőség a legkisebb elrugaszkodási energiának felel meg, amihez tartozó $t = t_0$ időtartamra

$$\frac{s^2 + h^2}{t_0^2} = \frac{g^2t_0^2}{4}, \qquad t_0^2 = 2\frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{g}.$$

A levelibéka kezdősebességének a vízszintessel bezárt α szögére (vagyis az elrugaszkodás irányára) fenáll:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\frac{h}{t_0} + \frac{g}{2}t_0}{\frac{s}{t_0}} = \frac{h}{s} + \frac{g}{2s}t_0^2 = \frac{h}{s} + \frac{\sqrt{h^2 + s^2}}{s},$$

vagyis

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{h + \sqrt{h^2 + s^2}}{s}.$$

($h = 0$ esetén a jól ismert $\alpha = 45°$-os eredményt kapjuk.)

Az elugrás sebességének nagysága (optimális esetben):

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{h^2 + s^2}{t_0^2} + \frac{g^2t_0^2}{4} + gh} = \sqrt{g\left(\sqrt{s^2 + h^2} + h\right)}.$$

Vakaris Klyvis (Brüsszel, Belgium, 12. évf.)