Két dobozból veszünk ki ellenállásokat. Mivel egy-egy dobozban 5 ellenállás van, a választási lehetőségek száma mindkét esetben $5^2 = 25$.

a) Soros kapcsolás esetében az ellenállások összeadódnak.

A 2 kΩ-os eredő csak egyféleképpen kapható meg: ha mindegyik dobozból 1 kΩ-os ellenállást veszünk ki. Ugyanez a helyzet a 10 kΩ-os eredménnyel, az csak 5 kΩ+5 kΩ esetén valósítható meg. Ezek valószínűsége (a kedvező lehetőségek száma osztva az összes lehetőség számával):

$$p_2 = p_{10} = \frac{1}{25} = 0{,}04 = 4\%.$$

(A p-vel jelölt valószínűség indexe a soros eredő kiloohmban mért értékére utal.)

A 3 kΩ-os eredőre már két lehetőségünk van (1 kΩ + 2 kΩ vagy 2kΩ + 1 kΩ). A 9 kΩ-os eredő ellenállás is kétféleképpen állhat elő (4 kΩ + 5 kΩ vagy 5 kΩ + 4 kΩ), ezek valószínűsége tehát

$$p_3 = p_9 = \frac{2}{25} = 0{,}08 = 8\%.$$

A 4 kΩ-os eredőhöz háromféle választás vezethet (1 kΩ + 3 kΩ vagy 3 kΩ + 1 kΩ vagy 2 kΩ + 2 kΩ), és ugyancsak háromféleképpen állhat elő a 8 kΩ-os eredő (3 kΩ + 5 kΩ vagy 5 kΩ + 3 kΩ vagy 4 kΩ + 4 kΩ). Ezek valószínűsége:

$$p_4 = p_8 = \frac{3}{25} = 0{,}12 = 12\%.$$

Hasonló módon kapjuk, hogy

$$p_5 = p_7 = \frac{4}{25} = 0{,}16 = 16\%,$$

és végül (mivel 6 kΩ-os eredő ötféleképpen állítható elő)

$$p_6 = \frac{5}{25} = 0{,}20 = 20\%.$$

Így valóban minden lehetőséget figyelembe vettünk, hiszen

$$4\% + 8\% + 12\% + 16\% + 20\% + 16\% + 12\% + 8\% + 4\% = 100\%.$$

b) Párhuzamos kapcsolás esetében az eredő ellenállás a kapcsolás bármelyik ellenállásánál kisebb értékű.

Az eredő ellenállás képlete:

$$\frac{1}{R_\mathrm{e}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \text{ebből} \quad R_\mathrm{e} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

A 30 kΩ-os eredőt csak nála nagyobb értékű ellenállások párhuzamos kapcsolásával kaphatunk. Erre csak egyetlen egy lehetőség van: mindkét dobozból a 60 kΩ-os ellenállást húzzuk ki. Ez jó választás, hiszen

$$R_\mathrm{e} = \frac{60\ \mathrm{k\Omega} \cdot 60\ \mathrm{k\Omega}}{60\ \mathrm{k\Omega} + 60\ \mathrm{k\Omega}} = 30\ \mathrm{k\Omega}.$$

Eszerint a valószínűség:

$$p_{30} = \frac{1}{25} = 0{,}04 = 4\%.$$

A 20 kΩ-os eredőt csak a nála nagyobb, vagyis a 30 és/vagy a 60 kiloohmos ellenállásból kaphatjuk meg. Ez kétféleképpen valósulhat meg:

$$R_\mathrm{e} = \frac{30\ \mathrm{k\Omega} \cdot 60\ \mathrm{k\Omega}}{30\ \mathrm{k\Omega} + 60\ \mathrm{k\Omega}} = 20\ \mathrm{k\Omega}$$

és

$$R_\mathrm{e} = \frac{60\ \mathrm{k\Omega} \cdot 30\ \mathrm{k\Omega}}{60\ \mathrm{k\Omega} + 30\ \mathrm{k\Omega}} = 20\ \mathrm{k\Omega}.$$

(A két egyforma ellenállás eredője vagy nagyobb, vagy kisebb lenne 20 kΩ-nál.) A kérdéses valószínűség:

$$p_{20} = \frac{2}{25} = 0{,}08 = 8\%.$$

Hasonló módon láthatjuk be, hogy

$$p_{15} = \frac{3}{25} = 0{,}12 = 12\%,$$

$$p_{12} = \frac{4}{25} = 0{,}16 = 16\%,$$

és végül

$$p_{10} = \frac{5}{25} = 0{,}2 = 20\%.$$

A fenti esetek a 10 kΩ-nál *nem kisebb* eredőjű kapcsolások mindegyikét tartalmazzák, így $p_{\geq 10} = p_{30} + p_{20} + p_{15} + p_{12} + p_{10} = 0{,}6 = 60\%$. Annak valószínűsége, hogy az eredő ellenállás 10 kΩ-nál *kisebb,* a „hiányzó” 40%-kal egyenlő:

$$p_{<10} = 1 - p_{\geq 10} = 0{,}4 = 40\%.$$

Endrész Balázs (Pápa, Türr István Gimn. és Koll., 12. évf.)

dolgozata felhasználásával

Megjegyzés: Az első esetben az ellenállások nagysága, a második esetben pedig az ellenállások reciprokának nagysága *számtani sorozatot* alkot. Ez tette lehetővé, hogy különböző ellenálláspárok eredője éppen ugyanakkorának bizonyuljon. (G. P.)