Mivel a tartály és a dugattyú is jó hőszigetelő, kívül pedig vákuum van, ezért az általunk végzett W munka a dugattyú megállása után két helyre kerülhet: növelheti a gáz belső energiáját és növelheti a dugattyú helyzeti energiáját.

Jelöljük a gáz kezdeti nyomását p_0-lal, a kezdeti térfogatát V_0-lal. A dugattyú tömege legyen m, keresztmetszete pedig A. Ekkor a dugattyú által a gázra kifejtett nyomás:

$$p_{\text{dugattyú}} = \frac{mg}{A}.$$

Kezdetben a dugattyú egyensúlyban volt, kívül pedig vákuum van, így

$$p_0 = p_{\text{dugattyú}} = \frac{mg}{A}.$$

Miután létrejött az új egyensúlyi helyzet, a gáz nyomása p_1, a térfogata V_1 és a hőmérséklete T_1 értékekre változik. Mivel kívül még mindig vákuum van, ezért a gáznak ebben az új egyensúlyi helyzetben is csak a dugattyút kell tartania, tehát a gáz nyomása:

$$p_1 = p_{\text{dugattyú}} = p_0 = \frac{mg}{A}.$$

Az ideális gáz belső energiája:

$$E_{\text{belső}} = \frac{f}{2} pV,$$

ahol f a gázmolekulák szabadsági fokainak száma.

Miután a csillapodó rezgőmozgást végző dugattyú végül megáll, az általunk végzett W munka valamennyivel növeli a gáz belső energiáját. Mivel a gáz nyomása az új egyensúlyi helyzetben ugyanannyi, mint kezdetben volt, a gáz térfogatának meg kellett nőnie, vagyis a dugattyú megemelkedik, és emiatt a gravitációs helyzeti energiája is megnő.

A dugattyú megemelkedése az eredeti helyzetéhez képest legyen Δh. Ekkor a helyzeti energiájának növekedése

$$\Delta E_{\text{helyzeti}} = mg\Delta h, \tag{1}$$

a gáz belső energiájának növekedése pedig

$$\Delta E_{\text{belső}} = \frac{f}{2}\Delta(pV) = \frac{f}{2} p_0 \Delta V, \tag{2}$$

ahol $\Delta V = V_1 - V_0 = A\Delta h$ a gáz térfogatváltozása.

Az általunk végzett W munka a kétféle energiaváltozás összegével egyezik meg:

$$W = \Delta E_{\text{helyzeti}} + \Delta E_{\text{belső}}. \tag{3}$$

Helyettesítsük be az (1) és (2) egyenleteket a (3)-ba, majd alakítsuk át:

$$W = mg\Delta h + \frac{f}{2} p_0 \Delta V = \frac{mg}{A} A\Delta h + \frac{f}{2} p_0 \Delta V = p_0\Delta V + \frac{f}{2} p_0 \Delta V,$$

ami így is felírható:

$$W = \left(\frac{f}{2}+1\right) p_0 (V_1 - V_0) = \left(\frac{f}{2}+1\right)(p_0 V_1 - p_0 V_0). \tag{4}$$

Használjuk fel az ideális gáz állapotegyenletét a kezdeti és az új egyensúlyi helyzetre.

$$p_0 V_0 = nRT_0, \tag{5}$$

$$p_0 V_1 = nRT_1, \tag{6}$$

ahol R az egyetemes gázállandó. Helyettesítsük be (4)-be az (5) és (6) egyenleteket:

$$W = \left(\frac{f}{2}+1\right)(nRT_1 - nRT_0) = \left(\frac{f}{2}+1\right) nR(T_1 - T_0).$$

A tartályban levegő van, aminek $f = 5$ a szabadsági foka, tehát:

$$T_1 = \frac{2W}{(f+2)nR} + T_0 = \frac{2W}{7nR} + T_0.$$

Ez az eredmény akkor sem változik, ha a dugattyút ugyanennyi munkavégzéssel nem megemeljük, hanem lenyomjuk, hiszen a $W > 0$ munka ekkor is csak a gáz belső energiáját és a dugattyú helyzeti energiáját növeli. (A tartály és a dugattyú jó hőszigetelő, ezért a rendszer nem ad le hőt, továbbá a külső térben nincs gáz, így annak mozgásba hozatalával és a mozgási energiájának esetleges megnövelésével sem kell foglalkoznunk.) Tehát a lenyomott dugattyú esetében – a rezgések lecsillapodása után – ugyanaz az egyensúlyi helyzet alakul ki, mint a megemelt dugattyúnál, vagyis

$$T_1 = \frac{2W}{7nR} + T_0$$

lesz a tartályban lévő levegő hőmérséklete az új egyensúlyi állapotban.

Toronyi András (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 10. évf.)