Van ilyen polinom. Legyen $p(x)=\prod_{i=1}^{100}(x-i)$. Ekkor $p\big(p(x)\big)$ gyökei a $p(x)-i$ $(i=1,2,\dots 100)$ polinomok gyökei. Két ilyen különböző polinomnak nem lehet közös x_0 gyöke, hiszen $p(x_0)-i=p(x_0)-j$ nem teljesülhet különböző i, j esetén. Ezért elég azt belátni, hogy mind a száz polinomnak van száz különböző gyöke. Mivel a polinomok folytonos függvények, ezért ha $a<b$ és $f(a)$ és $f(b)$ előjele különböző, akkor az f polinomnak a és b között van gyöke. Azt fogjuk belátni, hogy ha n páros, és $0\le n\le 100$, akkor $p(n+0,5)>100$, ha pedig n páratlan, akkor $p(n+0{,}5)<-100$. Az $S=\prod_{i=1}^{100}(n+0,5-i)$ szorzatban $100-n$ darab negatív tényező van, és a $100-n$ az n-nel megegyező paritású. Ezért elég azt belátni, hogy $|S|>100$. A szorzatban legfeljebb két olyan tényező szerepel, amelynek az abszolút értéke legfeljebb 0,5, és legalább 96 olyan van, aminek legalább 2. Ezért a szorzat abszolút értéke legalább $0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 2^{96}=2^{94}>2^7>128>100$. Így páros n-re $p(n+0{,}5)-i>0$, páratlanra pedig $p(n+0{,}5-i)-i<0$. Ebből következik, hogy ha $0\le n\le 99$, akkor $n+0{,}5$ és $n+0{,}5+1$ között van gyöke $p(x)-i$-nek, és így van 100 különböző gyöke.

Beke Csongor (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 12. évf.)