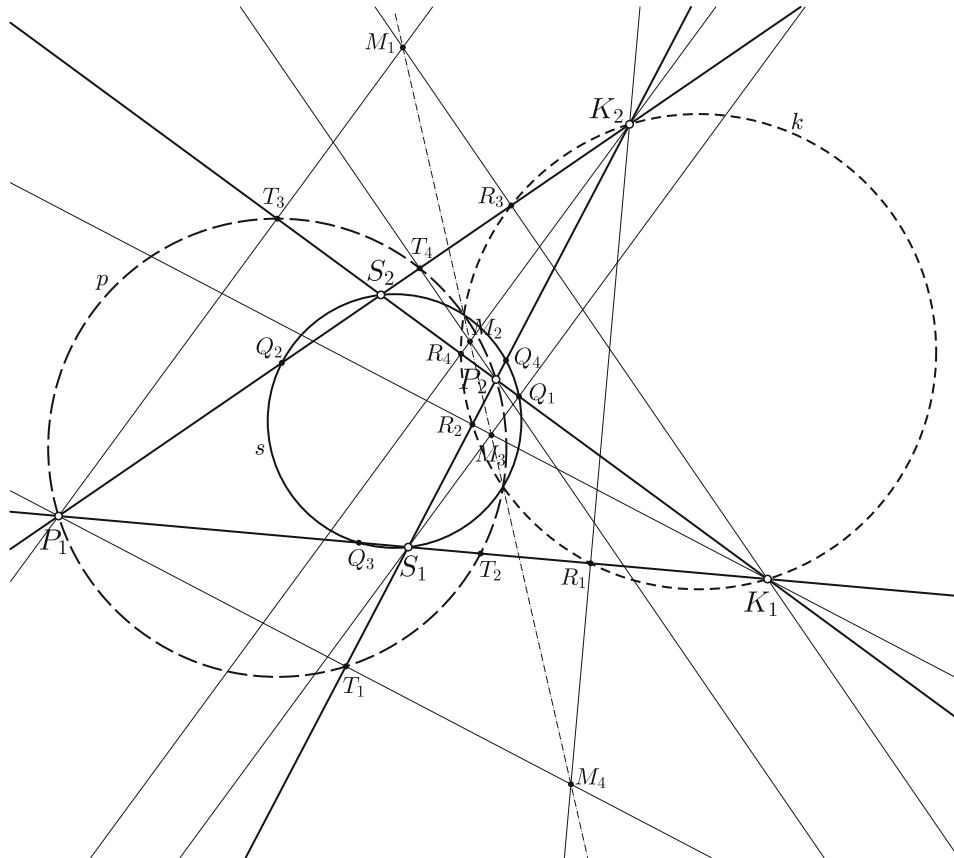


A négy egyenes metszéspontjait betűzzük meg az ábrán látható módon $P_1, P_2, K_1, K_2, S_1, S_2$ -vel. Az eredeti megoldás szerint ezek színeket is jelentenek. A betűzést úgy választottuk, hogy mindegyik egyenesen a K_i, P_j, S_k pontok közül pontosan egy helyezkedjen el, vagy más szóval bármely három egyenes által meghatározott háromszögnek mindhárom csúcsa különböző „színű”. A Thalész-tétel megfordításából látható, hogy az összes háromszög magasságtalppontjai rajta vannak az azonos nevű/színű pontok által meghatározott szakaszra mint átmérőre emelt körökön. A P_1P_2 Thalész-köre által kimetszett talppontokat T_i -vel, a K_1K_2 Thalész-köre által kimetszetteket R_j -vel, míg az S_1S_2 Thalész-köre által kimetszett magasságtalppontokat Q_k -val jelöltük. Legyenek továbbá a Thalész-körök ebben a sorrendben a p, k, s körök. A háromszögek magasságtalppontjai M_1, M_2, M_3 és M_4 . Azt fogjuk belátni, hogy a magasságtalppontoknak a három körre vett hatványai egyenlők, ezért csak egy egyenesen lehetnek (már akkor is egy egyenesen kell legyenek, ha két körre egyenlő a hatványuk.)



Ha például a $P_1K_1S_2$ háromszög M_1 magasságtalppontjának vizsgáljuk a p körre (az ábrán szaggatott vonallal jelzett) vonatkozó hatványát és a k körre (az ábrán a pontokkal jelölt kör) vonatkozó hatványát, akkor ehhez a két körhöz érdemes hozzávennünk még a P_1K_1 Thalész-körét is, legyen ez a c kör. Ezen a körön is rajta vannak a P_1, K_1, R_3, T_3 pontok. Így a p és c körök hatványvonala a P_1T_3 egyenes, továbbá a k és c körök hatványvonala a K_1R_3 egyenes. Látjuk tehát, hogy az M_1 pont a p, k és c körök hatványpontja, tehát a p -re és k -ra vonatkozó hatványai is megegyezik. Ugyanígy bizonyítható a hatványok egyenlősége bármely másik két körre és magasságtalpontra. Az állítást ezzel beláttuk.

Beke Csongor (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján