

Az  $ABC$  háromszögbe írható kör a háromszög oldalait  $T_1, T_2, T_3$  pontokban érinti; ezeknek az oldal-középpontokra nézve szimmetrikus pontjai  $T'_1, T'_2, T'_3$ . Kössük össze a  $T'_1, T'_2, T'_3$  pontokat a szemközti fekvő  $A, B, C$  csúcsokkal.<sup>1</sup>  $AT'_1, BT'_2, CT'_3$  egyenesek egy  $J$  ponton mennek keresztül. Rajzoljunk az  $A, B, C$  csúcsokon át a szemközti fekvő oldalakkal párhuzamosokat, miáltal az  $A_1B_1C_1$  háromszöget kapjuk. Rajzoljunk e háromszög csúcsain át ismét párhuzamosokat a szemközti fekvő oldalakkal s folytassuk ezen eljárásunkat, miáltal az  $A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots, A_nB_nC_n$  háromszögeket kapjuk. Határozzuk meg e háromszögekben a  $J', J'', \dots, J^{(n)}$  pontokat úgy, ahogy az  $ABC$  háromszögben  $J$ -t, s bizonyítsuk be, hogy:

1°

$$J, J', J'', \dots, J^{(n)}$$

egy egyenesen fekszenek és

2°

$$J^{(n)}S = 2^{n+1}J_0S,$$

a hol  $J_0$  az  $ABC$  háromszögbe írható kör középpontja és  $S$  e háromszög súlypontja.

---

<sup>1</sup> E feladatoknál a következő jelöléseket alkalmazzuk:  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $s_1 = s - a$ ,  $s_2 = s - b$ ,  $s_3 = s - c$ .  $R$  a háromszög köré írható kör sugara,  $O$  a középpontja;  $r$  a háromszögbe írható kör sugara,  $O'$  e kör középpontja;  $r_1, r_2, r_3$  a háromszög oldalait kívülről érintő körök sugarai;  $O_1, O_2, O_3$  e körök középpontjai.  $OO' = d$ ,  $OO_1 = d_1$ ,  $OO_2 = d_2$ ,  $OO_3 = d_3$ . A beírt kör  $K_1, K_2, K_3$  pontokban érinti a háromszög oldalait; az  $r_1, r_2, r_3$  sugarú körök  $K'_1, K''_1, K'''_1, K'_2, K''_2, K'''_2, K'_3, K''_3, K'''_3$  pontokban érintik a háromszög oldalait.