

Bizonyítsuk be, hogy¹

1°

$$r^2 = \frac{s_1 s_2 s_3}{s}, \quad r_1^2 = \frac{s s_2 s_3}{s}, \text{ stb.}$$

2°

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{r}$$

3°

$$r r_1 r_2 r_3 = s s_1 s_2 s_3.$$

¹ E feladatoknál a következő jelöléseket alkalmazzuk: $s = \frac{a+b+c}{2}$, $s_1 = s - a$, $s_2 = s - b$, $s_3 = s - c$. R a háromszög köré írható kör sugara, O a középpontja; r a háromszögbe írható kör sugara, O' e kör középpontja; r_1, r_2, r_3 a háromszög oldalait kívülről érintő körök sugarai; O_1, O_2, O_3 e körök középpontjai. $OO' = d$, $OO_1 = d_1$, $OO_2 = d_2$, $OO_3 = d_3$. A beírt kör K_1, K_2, K_3 pontokban érinti a háromszög oldalait; az r_1, r_2, r_3 sugarú körök $K'_1, K''_1, K'''_1, K'_2, K''_2, K'''_2, K'_3, K''_3, K'''_3$ pontokban érintik a háromszög oldalait.