A rendszerre nem hat disszipatív erő, ezért alkalmazható az energiamegmaradás törvénye. A rendszer teljes energiája (a gravitációs helyzeti energia, a mágneses térenergia és a mozgási energia összege) a mozgás során nem változik, állandó marad. Ha a rúd függőleges elmozdulása x, a sebessége v és az áramerősség I, akkor

(1)
$$-mgx + \frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}mv^2 = 0.$$

(Az elmozdulást és a sebességet lefelé tekintjük pozitívnak, és a helyzeti energiát az indulás helyén választottuk nullának. A kezdeti helyzetben $x = 0$, $v = 0$ és $I = 0$, tehát az összenergia is nulla.)

a) A rúd sebességének növekedtével egyre nagyobb feszültség indukálódik, ez egyre nagyobb áramot hoz létre, és emiatt a mágneses térben mozgó rúdra egyre nagyobb fékezőerő hat. Az indukált feszültség is, és az áramerősség is véges határok között marad, nem fognak idővel korlátlanul nőni.

Megjegyzés. A mozgás részletesebb vizsgálatával belátható, hogy a rúd harmonikus rezgőmozgást végez; ennek bizonyítása azonban nem tartozik a feladathoz.

Az indukált feszültség nagysága

(2)
$$U = v\ell B,$$

ami – a Faraday-féle indukciótörvény szerint – az áramerősség változási sebességével is kifejezhető:

(3)
$$U = L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Ebből a két összefüggésből U-t kiküszöbölve, és kihasználva, hogy $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ azt kapjuk, hogy

$$\frac{\Delta(x\ell B - LI)}{\Delta t} = 0,$$

vagyis

$$B\ell x(t) - LI(t) = \text{állandó}.$$

Mivel induláskor $x = 0$ és $I = 0$, az állandó értéke nulla, tehát

(4)
$$I(t) = \frac{\ell B}{L}\,x(t).$$

Helyettesítsük be (4) és (2) felhasználásával I-t és v-t az energiamegmaradást kifejező (1) egyenletbe:

$$\frac{mU^2}{2\ell^2B^2} = mgx - \frac{\ell^2B^2}{2L}x^2,$$

majd alakítsuk a jobb oldalt teljes négyzetté:

$$\frac{mU^2}{2\ell^2B^2} = \frac{m^2g^2L}{2\ell^2B^2} - \frac{\ell^2B^2}{2L}\left(x - \frac{mgL}{\ell^2B^2}\right)^2 \le \frac{m^2g^2L}{2\ell^2B^2}.$$

Innen leolvasható az indukált feszültség legnagyobb értéke:

$$U(t) \le U_{\max} = g\sqrt{mL}.$$

b) A (4) összefüggésből látszik, hogy az indukált áram legnagyobb értékénél x is a legnagyobb értékét veszi fel, és ott a rúd sebessége nulla. Ekkor (1) szerint

$$\frac{1}{2}LI^2 = mgx,$$

ami (4) felhasználásával így írható:

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{mgLI}{B\ell}.$$

Ez az összefüggés két esetben teljesül: $I = 0$, ami a legkisebb áramerősségnek felel meg, illetve amikor

$$I = I_{\max} = \frac{2mg}{B\ell}.$$

Bokor Endre (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján