Legyen az összenyomott rugó rugalmas energiája E_0! Ez először mozgási, majd helyzeti és mozgási energiává alakul.

1. eset (rögzített kiskocsi)

Legyen a kilövés pillanatában (amikor a rugó energiája már nullára csökkent) a lövedék sebessége v_1, ennek vízszintes irányú komponense v_{1x}, függőleges irányú komponense pedig v_{1y} (tehát $v_1^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2$). Mivel a kocsihoz képest $\alpha = 30°$-os szögben lőttük ki a lövedéket, és a kocsi nem tud elmozdulni, a lövedék asztalhoz viszonyított sebességének a vízszintessel bezárt szöge is α, tehát

$$\frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \qquad \text{azaz} \qquad v_{1x}^2 = 3 \cdot v_{1y}^2.$$

Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$E_0 = \frac{1}{2}m\,v_1^2 = \frac{1}{2}m\,(v_{1x}^2 + v_{1y}^2) = \frac{1}{2}m\,(3v_{1y}^2 + v_{1y}^2) = 2m\,v_{1y}^2.$$

Az emelkedési magasságot a lövedék függőleges irányú kezdősebessége határozza meg:

$$\frac{1}{2}mv_{1y}^2 = mgh_1,$$

vagyis

$$h_1 = \frac{v_{1y}^2}{2g} = \frac{E_0}{4mg}.$$

2. eset (a kiskocsi szabadon elmozdulhat)

Legyen a kilövés pillanatában (amikor a rugó energiája már nullára csökkent) a lövedék sebessége v_2, ennek vízszintes irányú komponense v_{2x}, függőleges irányú komponense v_{2y} (tehát $v_2^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2$), a kocsi sebessége pedig v (ez vízszintes irányú, a lövedékével ellentétes irányban).

A kiskocsi+lövedék rendszerre nem hat vízszintes irányú külső erő, így a lendületmegmaradás törvénye alapján

$$0 = mv_{2x} - mv, \qquad \text{vagyis} \qquad v = v_{2x}.$$

Ezek szerint a lövedék vízszintes irányú sebessége *a kiskocsihoz képest* $v_{2x} + v = 2v_{2x}$. Mivel a kocsihoz képest $\alpha = 30°$-os szögben lőttük ki a lövedéket, fennáll:

$$\frac{v_{2y}}{2v_{2x}} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \text{ahonnan} \quad v_{2x}^2 = \frac{3}{4}v_{2y}^2$$

következik.

Az energiamegmaradás törvénye alapján:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(v_{2x}^2 + v_{2y}^2\right) + \frac{1}{2}mv_{2x}^2 = \\ = \frac{1}{2}m\left(\frac{3}{4}v_{2y}^2 + v_{2y}^2\right) + \frac{1}{2}m\left(\frac{3}{4}v_{2y}^2\right) = \frac{5}{4}mv_{2y}^2.$$

A lövedék emelkedési magasságát most is a lövedék függőleges irányú kezdősebessége határozza meg:

$$\frac{1}{2}mv_{2y}^2 = mgh_2, \quad \text{vagyis} \quad h_2 = \frac{v_{2y}^2}{2g} = \frac{2E_0}{5mg}.$$

A két esetet összevetve látjuk, hogy az emelkedési magasságok aránya:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{8}{5} = 1{,}6.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn. és Koll., 12. évf.)