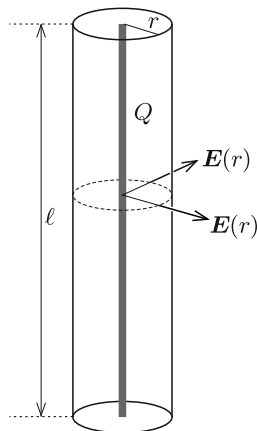


Egy ℓ hosszúságú, Q nagyságú töltéssel egyenletesen feltöltött szívoszál elektromos tere a Gauss-törvény alapján határozható meg (1. ábra).



1. ábra

A szálát szimmetrikusan körülvevő, $2\pi r\ell$ felszínű hengerpaláston $\Phi = E(r) \cdot 2\pi r\ell$ elektromos fluxus „halad át”, és ez a hengerben lévő Q töltéssel arányos:

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

vagyis

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi\ell\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r} = K \cdot \frac{1}{r}.$$

Mivel a szívoszálak hosszúsága is, és a töltésük is ugyanakkora, a K tényező is ugyanakkora az összes szála.

a) Jelöljük a szívoszálak távolságát a 2. ábrán látható módon. (Kihasználtuk, hogy a szálak töltése is, és a hossza is ugyanakkora, emiatt az egyensúlyi állapot tükörszimmetrikus.)

A belső szálak egyensúlyának feltétele:

$$\sum QE = \frac{KQ}{a} - \frac{KQ}{b} - \frac{KQ}{a+b} = 0,$$

ahonnan

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b},$$

vagyis

$$a^2 + ab - b^2 = 0,$$

és ebből a

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{a}{b}\right) - 1 = 0$$

másodfokú egyenlet következik. Ennek pozitív megoldása:

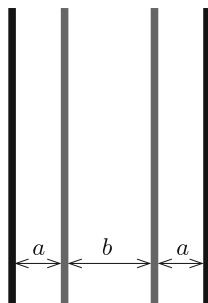
$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0,618.$$

Megjegyzés. Érdekes, hogy ez az arány a híres aranymetszés arányszáma.

Az elmozdítható szívoszálak tehát

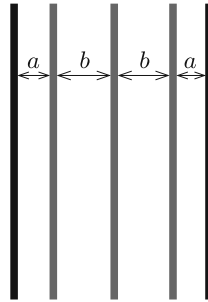
$$\frac{a}{2a+b} : \frac{b}{2a+b} : \frac{a}{2a+b} \approx 0,28 : 0,45 : 0,28$$

arányban osztják fel a rögzített szálak közötti távolságot.



2. ábra

b) A fentiekhez hasonló módon járhatunk el a 3 mozgatható szívszál esetében is (3. ábra).



3. ábra

Az erőegyensúly feltétele:

$$\sum QE = \frac{KQ}{a} - \frac{KQ}{b} - \frac{KQ}{2b} - \frac{KQ}{a+2b} = 0,$$

amiből a

$$4 \left(\frac{b}{a} \right)^2 - 6 \left(\frac{b}{a} \right) - 3 = 0$$

másodfokú egyenlet kapjuk. Ennek pozitív gyöke:

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{21} + 3}{4} \approx 1,896.$$

A távolságok aránya ebben az esetben

$$\frac{a}{2a+2b} : \frac{b}{2a+2b} : \frac{b}{2a+2b} : \frac{a}{2a+2b} \approx 0,17 : 0,33 : 0,33 : 0,17.$$

Viczián Anna (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján